

МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАНТОВОГО ПОИСКОВОГО АЛГОРИТМА ГРОВЕРА НА КЛАССИЧЕСКОМ КОМПЬЮТЕРЕ

Нефёдов Никита Юрьевич¹, Ульянов Сергей Викторович²

¹ Студент;

ГОУ ВПО «Международный Университет природы, общества и человека «Дубна»,
Институт системного анализа и управления;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, 19;
e-mail: nefnuket@gmail.com.

² Доктор физико-математических наук, профессор;

ГОУ ВПО «Международный Университет природы, общества и человека «Дубна»,
Институт системного анализа и управления;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, 19;
e-mail: ulyanovsv@mail.ru.

Демонстрируется преимущество квантового поискового алгоритма Гровера над другими классическими алгоритмами с моделированием на классическом компьютере.

Ключевые слова: квантовый алгоритм Гровера, моделирование.

SIMULATION OF QUANTUM SEARCH ALGORITHM GROVER ON CLASSICAL COMPUTER

Nefedov Nikita¹, Ulyanov Sergey²

¹ Student;

Dubna International University of Nature, Society, and Man,
Institute of system analysis and management;
141980, Dubna, Moscow reg., Universitetskaya str., 19;
e-mail: nefnuket@gmail.com.

² Doctor of Science Physics and Mathematics, professor;

Dubna International University of Nature, Society, and Man,
Institute of system analysis and management;
141980, Dubna, Moscow reg., Universitetskaya str., 19;
e-mail: ulyanovsv@mail.ru.

The advantage of a quantum search algorithm Grover over other classical algorithms is demonstrated using simulation on classical computer.

Keywords: Grover quantum algorithm, modeling.

Введение

Квантовая механика даёт возможность значительно ускорить процесс поиска среди неупорядоченных данных. Рассмотрим задачу полного перебора. Из списка N предметов требуется определить один, удовлетворяющий какому-либо специфическому свойству [1]. Любой классический алгоритм, вероятностный или детерминированный, должен будет исследовать, по крайней мере, $N/2$ предметов, чтобы преуспеть с вероятностью $1/2$. Квантовая система может находиться в суперпозиции состояний, благодаря чему могут исследовать большое число предметов одновременно. В результате нужный телефонный номер может быть найден лишь за $O(\sqrt{N})$ обращений к базе данных. Данная работа показывает, что, используя классический компьютер, но задавая вход и выход в виде суперпозиции

состояний можно найти объект за $O\sqrt{N}$ квантовомеханических шагов вместо $O(N)$ классических шагов [2, 3].

Алгоритм Гровера

Задача Гровера формулируется как:

Вход	Задана функция: $f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\} : \exists x \in \{0,1\}^n : (f(x) = 1 \wedge \forall y \in \{0,1\}^n : x \neq y \Rightarrow f(y) = 0)$
Задача	Найти x

Вводный пример

Начальный шаг алгоритма — кодирование. Рассмотрим пример, когда $n = 2$ $f(0,1) = 1$. В этом случае таблица примет такой вид:

x	$f(x)$
00	0
01	1
10	0
11	0

Алгоритм Гровера состоит из следующих шагов:

№	Описание шагов
1	1.1. Построение инъективной функции 1.2.1 Подготовка таблицы для оператора запутывания U_f 1.2.2 Вычисление матрицы U_f
2	2.1. Подготовка оператора суперпозиции 2.2. Подготовка оператора запутанности используя информацию с 1.2.1 2.3. Подготовка операции интерференции 2.4. Сборка квантовой ячейки
3	3.1. Применение оператора суперпозиции 3.2. Применение оператора запутывания 3.3. Применение оператора интерференции 3.4. Повторение шагов 3.2 и 3.3 h раз 3.5. Измеряем и интерпретируем выход

Строим инъективную функцию F , используя начальное состояние:

$$F : \{0,1\}^{n+1} \rightarrow \{0,1\}^{n+1} : F(x_0, x_1, y_0) = (x_0, x_1, f(x_0, x_1) \oplus y_0).$$

Таблица имеет следующий вид:

(x_0, x_1, y_0)	$F(x_0, x_1, y_0)$
000	000
010	011
100	100
110	110
001	001
011	010
101	101
111	111

Необходимость данного преобразования связана с требованием унитарности оператора U_f . Оператор U_f является обратимым, следовательно он не может отображать два разных входа в одинаковые выходные значения. Так как данный оператор является матричным представлением функции F , функция F должна быть обратимой функцией. Если мы опустим создание функции F и напрямую создадим матричный оператор U_f , то он не будет являться унитарным, так как функция f необязательно обратима.

Декодируем F в U_f , используя правило:

$$\forall s \in \{0,1\}^{n+1} : U_f[\tau(s)] = \tau[F(s)].$$

Кодирование τ преобразует битовые значения в комплексные векторы размерности 2, принадлежащие каноническому базису комплексного Гильбертова пространства:

$ x_0, x_1, y_0\rangle$	$U_f x_0, x_1, y_0\rangle$
$ 000\rangle$	$ 000\rangle$
$ 010\rangle$	$ 011\rangle$
$ 100\rangle$	$ 100\rangle$
$ 110\rangle$	$ 110\rangle$
$ 001\rangle$	$ 001\rangle$
$ 011\rangle$	$ 010\rangle$
$ 101\rangle$	$ 101\rangle$
$ 111\rangle$	$ 111\rangle$

Тогда соответствующая матрица U_f будет иметь вид:

U_f	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
$ 00\rangle$	I	0	0	0
$ 01\rangle$	0	C	0	0
$ 10\rangle$	0	0	I	0
$ 11\rangle$	0	0	0	I

Эффект применения оператора с матрицей такого вида состоит в том, чтобы оставить неизменными первый и второй базисные вектора входного тензорного произведения, меняя только третий, когда первый $|0\rangle$ и второй $|1\rangle$.

Общий случай

Матрица U_f для случая $n > 2$, где $M_x = C \wedge \forall i \neq x: M_i = I$:

U_f	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$...	$ 11\rangle$
$ 00\rangle$	M_{00}	0	...	0
$ 01\rangle$	0	M_{01}	...	0
...
$ 11\rangle$	0	0	...	M_{11}

Квантовый блок

Матрица U_f на выходе блока декодирования включается в квантовую алгоритмическую ячейку (QAG). Эта ячейка показана на рис. 1. Квантовая ячейка представляет собой оператор-произведение трех матриц размерности $n \times n$ каждая. Эти матрицы – ${}^n H \otimes^n I$, U_f , $D_n \otimes^n I$ – матрицы операторов суперпозиции, запутывания и интерференции соответственно. Перемножаются они в порядке, обратном порядку применения операторов.

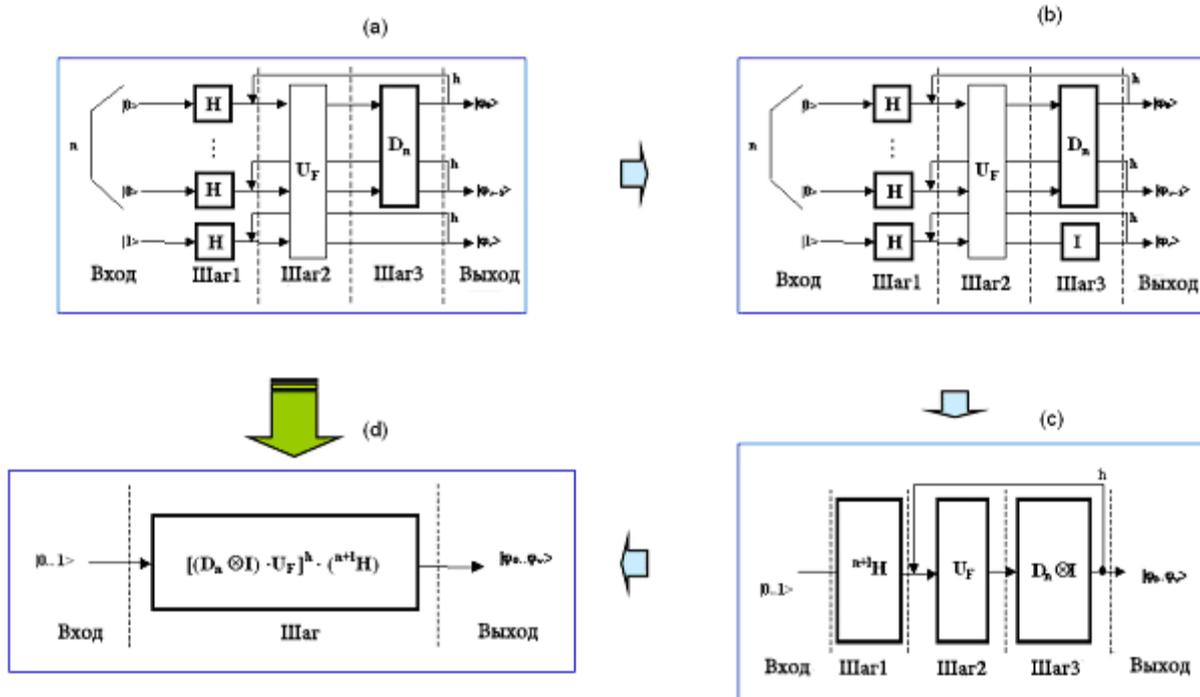


Рис. 1. Моделирование квантового алгоритма Гровера

Оператор D_n называется «матрица диффузии» порядка n и она несет ответственность за интерференцию в этом алгоритме.

Операция диффузии действует на вектор состояния, у которого все составляющие имеют одинаковые амплитуды, равные среднему значению $1/\sqrt{N}$, кроме одной, соответствующей искомому состоянию, амплитуда которой после первой операции стала отрицательна. Амплитуда $N-1$ составляющих практически не изменит своей величины, а отрицательная амплитуда станет положительной и увеличит свою величину до $2/\sqrt{N}$.

D_n	$ 0..0\rangle$	$ 0..1\rangle$...	$ i\rangle$...	$ 1..0\rangle$	$ 1..1\rangle$
$ 0..0\rangle$	$-1+1/2^{n-1}$	$1/2^{n-1}$...	$1/2^{n-1}$...	$1/2^{n-1}$	$1/2^{n-1}$
$ 0..1\rangle$	$1/2^{n-1}$	$-1+1/2^{n-1}$...	$1/2^{n-1}$...	$1/2^{n-1}$	$1/2^{n-1}$
...
$ i\rangle$	$1/2^{n-1}$	$1/2^{n-1}$...	$-1+1/2^{n-1}$...	$1/2^{n-1}$	$1/2^{n-1}$
...
$ 1..0\rangle$	$1/2^{n-1}$	$1/2^{n-1}$...	$1/2^{n-1}$...	$-1+1/2^{n-1}$	$1/2^{n-1}$
$ 1..1\rangle$	$1/2^{n-1}$	$1/2^{n-1}$...	$1/2^{n-1}$...	$1/2^{n-1}$	$-1+1/2^{n-1}$

Вводный пример

Вычислим квантовую ячейку $G = [(D_2 \otimes I) \cdot U_f]^h \cdot ({}^{2+1}H)$:

3H	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
$ 00\rangle$	H/2	H/2	H/2	H/2
$ 01\rangle$	H/2	-H/2	H/2	-H/2
$ 10\rangle$	H/2	H/2	-H/2	-H/2
$ 11\rangle$	H/2	-H/2	-H/2	H/2
$D_2 \otimes I$	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
$ 00\rangle$	-I/2	I/2	I/2	I/2
$ 01\rangle$	I/2	-I/2	I/2	I/2
$ 10\rangle$	I/2	I/2	-I/2	I/2
$ 11\rangle$	I/2	I/2	I/2	-I/2

$U_f \cdot^3 H$	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
$ 00\rangle$	H/2	H/2	H/2	H/2
$ 01\rangle$	CH/2	-CH/2	CH/2	-CH/2
$ 10\rangle$	H/2	H/2	-H/2	-H/2
$ 11\rangle$	H/2	-H/2	-H/2	H/2

Принимая за $h = 1$, получаем:

G	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
$ 00\rangle$	(C+I)H/4	(-C-I)H/4	(C-3I)H/4	(-C-I)H/4
$ 01\rangle$	(-C+3I)H/4	-CH/2	CH/2	(C+I)H/4
$ 10\rangle$	(C+I)H/4	(-C-I)H/4	(C+I)H/4	(-C+3I)H/4
$ 11\rangle$	(C+I)H/4	(-C+3I)H/4	(C+I)H/4	(-C-I)H/4

Применяем квантовую ячейку к базисному вектору $|001\rangle$:

$$G|001\rangle = \frac{1}{4}|00\rangle \otimes (C+I)H|1\rangle + \frac{1}{4}|01\rangle \otimes (-C+3I)H|1\rangle + \frac{1}{4}|10\rangle \otimes (C+I)H|1\rangle + \frac{1}{4}|11\rangle \otimes (C+I)H|1\rangle.$$

Вычислим $(-C+3I)H/4$ и получим:

$(-C+3I)$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
$ 0\rangle$	3	-1
$ 1\rangle$	-1	3

$(-C+3I)H/4$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
$ 0\rangle$	$1/2^{3/2}$	$1/2^{1/2}$
$ 1\rangle$	$1/2^{3/2}$	$-1/2^{1/2}$

Поэтому $\frac{1}{4}(-C+3I)H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$. Вычислим оператор $(C+I)H/4$:

$(C + I)H / 4$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
$ 0\rangle$	$1/2^{3/2}$	0
$ 1\rangle$	$1/2^{3/2}$	0

Поэтому $\frac{1}{4}(-C + I)H|1\rangle = 0$. Это означает, что $|001\rangle$ переходит в вектор $|01\rangle(|0\rangle - |1\rangle)/2^{1/2}$, принимая бинарные значения первых 2-х векторов, и мы находим x . На рис. 2 показана эволюция амплитуды вероятности базисных векторов, пока операторы 3H , U_f и $D_2 \otimes I$ действуют последовательно.

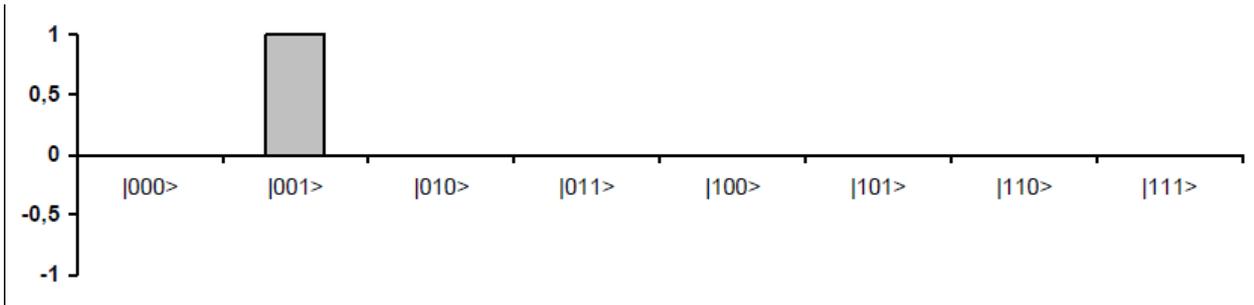


Рис. 2(а). Входные вероятностные амплитуды

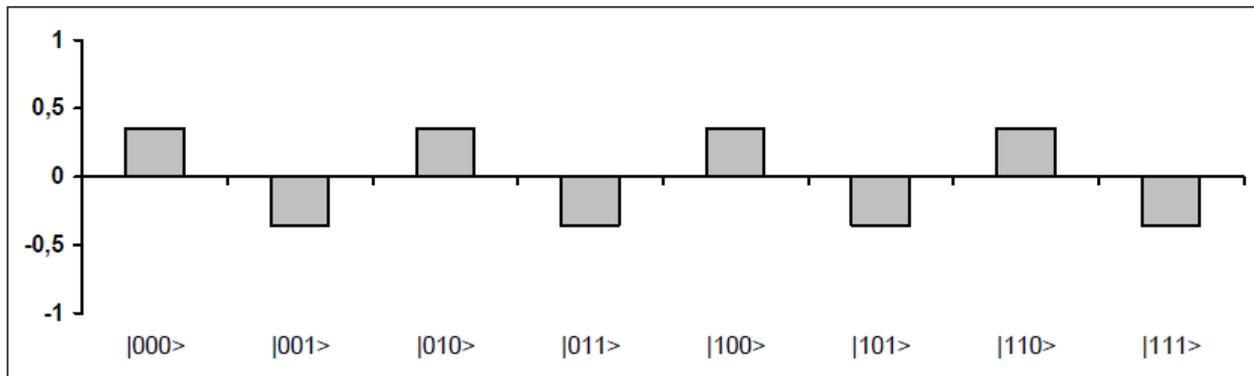


Рис. 2(б). Входные вероятностные амплитуды после шага 1

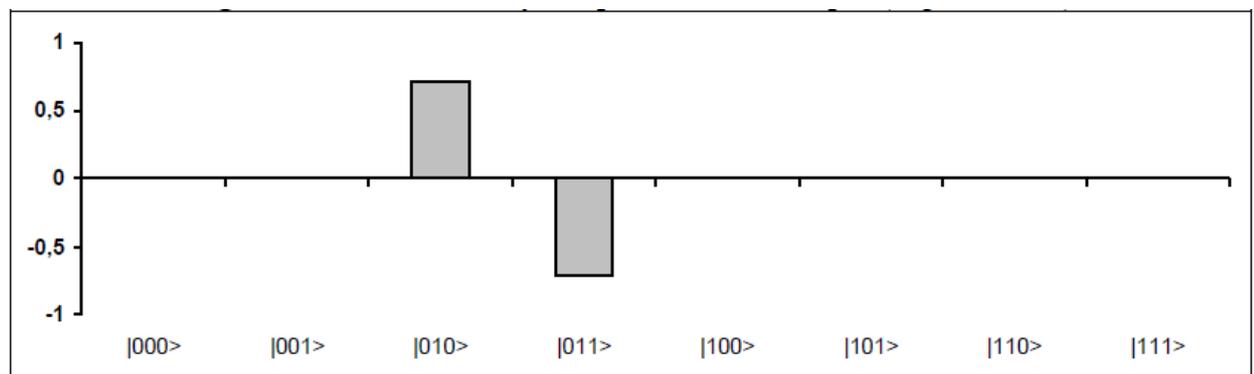


Рис. 2(в). Входные вероятностные амплитуды после шага 2

Оператор 3H ставит начальный канонический базисный вектор $|001\rangle$ в суперпозицию всем базисным векторам с одинаковыми амплитудами по модулю, с «+», если последний вектор $|0\rangle$ и с «-» в противном случае.

Оператор U_f создает корреляцию: переворачивает третий вектор, если первые два вектора $|0\rangle$ и $|1\rangle$.

Оператор $D_2 \otimes I$ создает интерференцию: для каждого базисного вектора $|x_0, x_1, y_0\rangle$ он рассчитывает свои выходные вероятностные амплитуды $\alpha' |x_0, x_1, y_0\rangle$ путём обращения своих начальных вероятностных амплитуд $\alpha |x_0, x_1, y_0\rangle$ и суммируя в удвоенном значении αy_0 вероятностную амплитуду для всех векторов в форму $|x_0, x_1, y_0\rangle$. Например, $\alpha_0 = 1/(4 \cdot 2^{1/2})$, $\alpha_1 = -1/(4 \cdot 2^{1/2})$. Возьмем, базисный вектор $|000\rangle$. Тогда: $\alpha'_{000} = -\alpha_{000} + 2\alpha_0 = -1/(2 \cdot 2^{1/2}) + 2/(4 \cdot 2^{1/2}) = 0$.

Общий случай

Матрица U_f для случая $n > 2$, где $M_x = C \wedge \forall i \neq x : M_i = I$:

U_f	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$...	$ 11\rangle$
$ 00\rangle$	M_{00}	0	...	0
$ 01\rangle$	0	M_{01}	...	0
...
$ 11\rangle$	0	0	...	M_{11}

Вычислим квантовую ячейку $G = [(D_n \otimes I)]^h \cdot U_f \cdot ({}^{n+1}H)$:

${}^{n+1}H$	$ 0..0\rangle$...	$ j\rangle$...	$ 1..1\rangle$
$ 0..0\rangle$	$H/2^{n/2}$...	$H/2^{n/2}$...	$H/2^{n/2}$
...
$ i\rangle$	$H/2^{n/2}$...	$(-1)^{i \cdot j} H/2^{n/2}$...	$(-1)^{i(1..1)} H/2^{n/2}$
...
$ 1..1\rangle$	$H/2^{n/2}$...	$(-1)^{(1..1)j} H/2^{n/2}$...	$(-1)^{(1..1)(1..1)} H/2^{n/2}$

$D_n \otimes I$	$ 0..0\rangle$	$ 0..1\rangle$...	$ i\rangle$...	$ 1..0\rangle$	$ 1..1\rangle$
$ 0..0\rangle$	$-I + I/2^{n-1}$	$I/2^{n-1}$...	$I/2^{n-1}$...	$I/2^{n-1}$	$I/2^{n-1}$
$ 0..1\rangle$	$I/2^{n-1}$	$-I + I/2^{n-1}$...	$I/2^{n-1}$...	$I/2^{n-1}$	$I/2^{n-1}$
...
$ i\rangle$	$I/2^{n-1}$	$I/2^{n-1}$...	$-I + I/2^{n-1}$...	$I/2^{n-1}$	$I/2^{n-1}$

...
$ 1..0\rangle$	$I/2^{n-1}$	$I/2^{n-1}$...	$I/2^{n-1}$...	$-I + I/2^{n-1}$
$ 1..1\rangle$	$I/2^{n-1}$	$I/2^{n-1}$...	$I/2^{n-1}$...	$I/2^{n-1}$

$U_F \cdot^{n+1} H$	$ 0..0\rangle$...	$ j\rangle$...	$ 1..1\rangle$
$ 0..0\rangle$	$M_{0..0}H/2^{n/2}$...	$M_{0..0}H/2^{n/2}$...	$M_{0..0}H/2^{n/2}$
...
$ i\rangle$	$M_iH/2^{n/2}$...	$(-1)^{i \cdot j} M_iH/2^{n/2}$...	$(-1)^{(1..1)} M_iH/2^{n/2}$
...
$ 1..1\rangle$	$M_{1..1}H/2^{n/2}$...	$M_{1..1}H/2^{n/2}$		$M_{1..1}H/2^{n/2}$

Принимая за $h = 1$, получаем:

$G_{h=1}$	$ 0..0\rangle$...
$ 0..0\rangle$	$(-M_{0..0} + \sum_{j \in \{0,1\}^n} M_j / 2^{n-1})H / 2^{n/2}$...
...
$ i\rangle$	$(-M_i + \sum_{j \in \{0,1\}^n} M_j / 2^{n-1})H / 2^{n/2}$...
...
$ 1..1\rangle$	$(-M_{1..1} + \sum_{j \in \{0,1\}^n} M_j / 2^{n-1})H / 2^{n/2}$...

$M_x = C \wedge \forall i \neq x : M_i = I$, может быть записано как:

$G_{h=1}$	$ 0..0\rangle$...
$ 0..0\rangle$	$(-I + \sum_{j \in \{0,1\}^n \setminus \{x\}} I/2^{n-1} + C/2^{n-1})H / 2^{n/2}$...
...
$ x\rangle$	$(-C + \sum_{j \in \{0,1\}^n \setminus \{x\}} I/2^{n-1} + C/2^{n-1})H / 2^{n/2}$...
...
$ 1..1\rangle$	$(-I + \sum_{j \in \{0,1\}^n \setminus \{x\}} I/2^{n-1} + C/2^{n-1})H / 2^{n/2}$...

$G_{h=1}$	$ 0..0\rangle$...
$ 0..0\rangle$	$\{-1 + (2^n - 1)/2^{n-1}\}I + C/2^{n-1}\}H/2^{n/2}$...
...
$ x\rangle$	$\{(2^n - 1)/2^{n-1}I + C/2^{n-1}\}H/2^{n/2}$...
...
$ 1..1\rangle$	$\{-1 + (2^n - 1)/2^{n-1}\}I + C/2^{n-1}\}H/2^{n/2}$...

Теперь рассмотрим матричный оператор $\{-1 + (2^n - 1)/2^{n-1}\}I + C/2^{n-1}\}H/2^{n/2}$ и матричный оператор $\{(2^n - 1)/2^{n-1}I + [-1 + 1/2^{n-1}]C\}H/2^{n/2}$ к вектору $|1\rangle$:

$$\frac{1}{2^{n/2}} \left\{ \left[-1 + \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \right] I + \frac{1}{2^{n-1}} C \right\} H|1\rangle = \left(-1 + \frac{2^n - 2}{2^{n-1}} \right) \frac{|0\rangle - |1\rangle}{2^{\frac{n+1}{2}}}$$

$$\frac{1}{2^{n/2}} \left\{ \left[-1 + \frac{2^n - 1}{2^{n-1}} \right] I + \frac{1}{2^{n-1}} C \right\} H|1\rangle = \left(+1 + \frac{2^n - 2}{2^{n-1}} \right) \frac{|0\rangle - |1\rangle}{2^{\frac{n+1}{2}}},$$

что означает:

$$G_{h=1}|0..01\rangle = \left[\left(-1 + \frac{2^n - 2}{2^{n-1}} \right) |0..0\rangle + \left(-1 + \frac{2^n - 2}{2^{n-1}} \right) |0..1\rangle + \dots + \left(1 + \frac{2^n - 2}{2^{n-1}} \right) |x\rangle + \dots + \left(-1 + \frac{2^n - 2}{2^{n-1}} \right) |1..1\rangle \right] \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{2^{\frac{n+1}{2}}},$$

который может быть записан как блок векторов:

$G_{h=1}$	$ 0..01\rangle$
$ 0..0\rangle$	$[-1 + (2^n - 2)/2^{n-1}]/2^{n/2} H 1\rangle$
...	...
$ x\rangle$	$[1 + (2^n - 2)/2^{n-1}]/2^{n/2} H 1\rangle$
...	...
$ 1..1\rangle$	$[-1 + (2^n - 2)/2^{n-1}]/2^{n/2} H 1\rangle$

Теперь применим $[(D_n \otimes I)] \cdot U_F$ к вектору в этой форме:

$ \varphi\rangle$	
$ 0..0\rangle$	$\alpha H 1\rangle$
...	...
$ x\rangle$	$\beta H 1\rangle$
...	...
$ 1..1\rangle$	$\alpha H 1\rangle$

где α и β вещественные числа, такие что $(2^n - 1)\alpha^2 + \beta^2 = 1$. В результате имеем:

$U_F \varphi\rangle$	
$ 0..0\rangle$	$\alpha H 1\rangle$
...	...
$ x\rangle$	$\beta H 1\rangle$
...	...
$ 1..1\rangle$	$\alpha H 1\rangle$

$(D_n \otimes I) \cdot U_F \varphi\rangle$	
$ 0..0\rangle$	$(-\alpha + \sum_{j \in \{0,1\}^n_{\{x\}}} \alpha / 2^{n-1} - \beta / 2^{n-1}) H 1\rangle$
...	...
$ x\rangle$	$(\beta + \sum_{j \in \{0,1\}^n_{\{x\}}} \alpha / 2^{n-1} - \beta / 2^{n-1}) H 1\rangle$
...	...
$ 1..1\rangle$	$(-\alpha + \sum_{j \in \{0,1\}^n_{\{x\}}} \alpha / 2^{n-1} - \beta / 2^{n-1}) H 1\rangle$

$(D_n \otimes I) \cdot U_F \varphi \rangle$	
$ 0..0\rangle$	$\{-\alpha + [(2^n - 1)\alpha - \beta] / 2^{n-1}\} H 1\rangle$
...	...
$ x\rangle$	$\{\beta + [(2^n - 1)\alpha - \beta] / 2^{n-1}\} H 1\rangle$
...	...
$ 1..1\rangle$	$\{-\alpha + [(2^n - 1)\alpha - \beta] / 2^{n-1}\} H 1\rangle$

Это означает, что начиная с вектора $G_{h-1} |0..1\rangle$, форма которого рассмотрена и применена h раз оператором $[(D_n \otimes I)] \cdot U_F$, коэффициенты во время t примут такой вид:

$$\alpha_t = 2 \frac{(2^n - 1)\alpha_{t-1} - \beta_{t-1}}{2^n} - \alpha_{t-1},$$

$$\beta_t = 2 \frac{(2^n - 1)\alpha_{t-1} - \beta_{t-1}}{2^n} + \beta_{t-1}.$$

Таким образом, β увеличивается, а α уменьшается. Рассмотрим вектор суперпозиции, показанный на (рис. 3(a)).

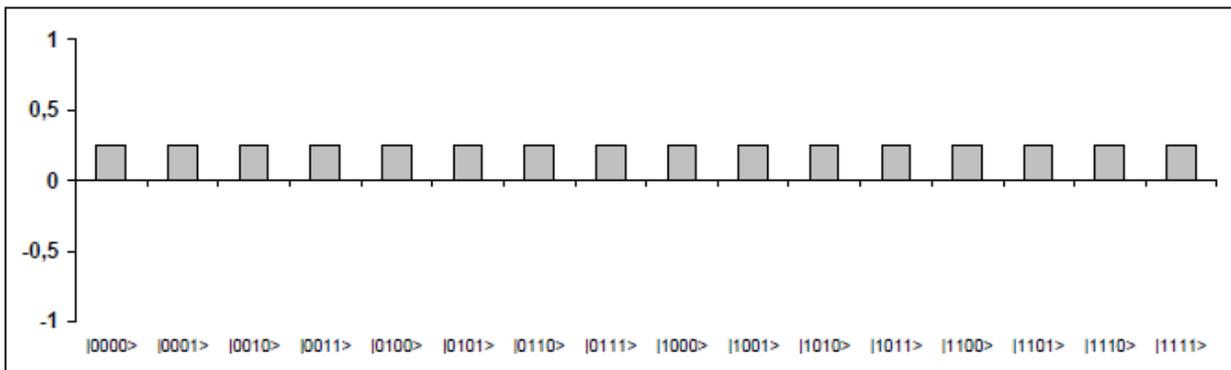


Рис. 3(а). Суперпозиция векторов

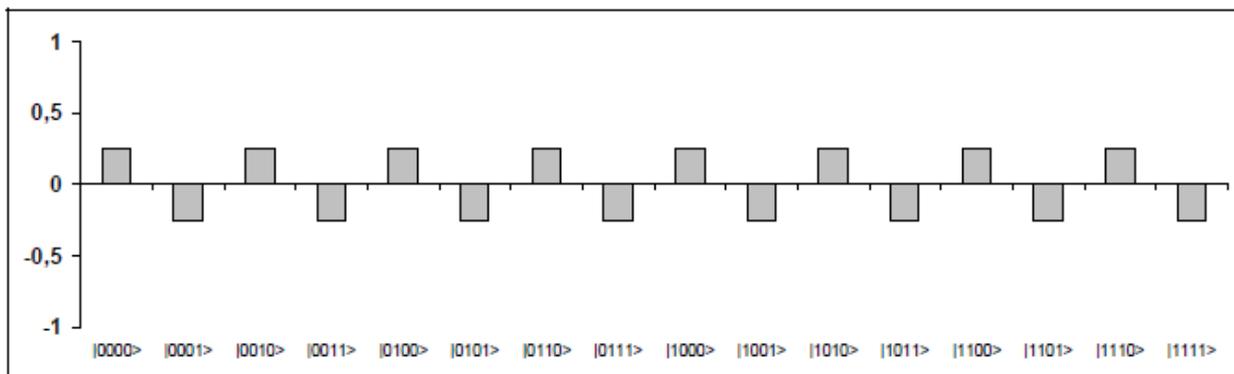


Рис. 3(б). Суперпозиция векторов после применения $^4 H$

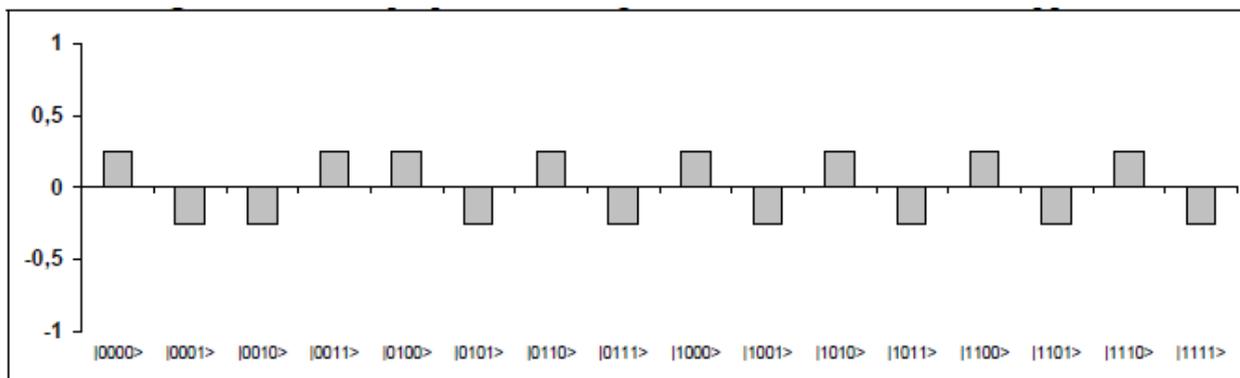


Рис. 3(в). Создание запутанности

Применяя 4H , вектор суперпозиции становится, как это показано на (рис. 3(б)).

Оператор U_F (при $\underline{x} = 001$) порождает следующую суперпозицию векторов, показанную на (рис. 3(в)).

Наконец, после действия $[(D_n \otimes I)]$ суперпозиция показана на (рис. 3(г)). Здесь вероятность амплитуды неинтересных векторов не нулевая, но она очень мала. Применение оператора U_F снова, даёт результирующую суперпозицию (рис. 3(д)). Затем применение $[(D_n \otimes I)]$, даёт вектора линейной комбинации. (рис. 3(е)). Отметим, что амплитуда вероятности желаемых векторов увеличилась на модуль. Это означает, что существует большая вероятность измерения векторов $|0010\rangle$ или $|0011\rangle$. В измерении после h повторений оператора $D_n \cdot U_f$, вероятность $P(h)$ измерения векторов $|x\rangle \otimes |0\rangle$ или $|x\rangle \otimes |1\rangle$ такова: $P(h) = O(2^{-n/2})$. Квантовый блок повторяется только один раз с достаточно большим $h = O(2^{-n/2})$, поэтому, конечный базисный вектор универсален.

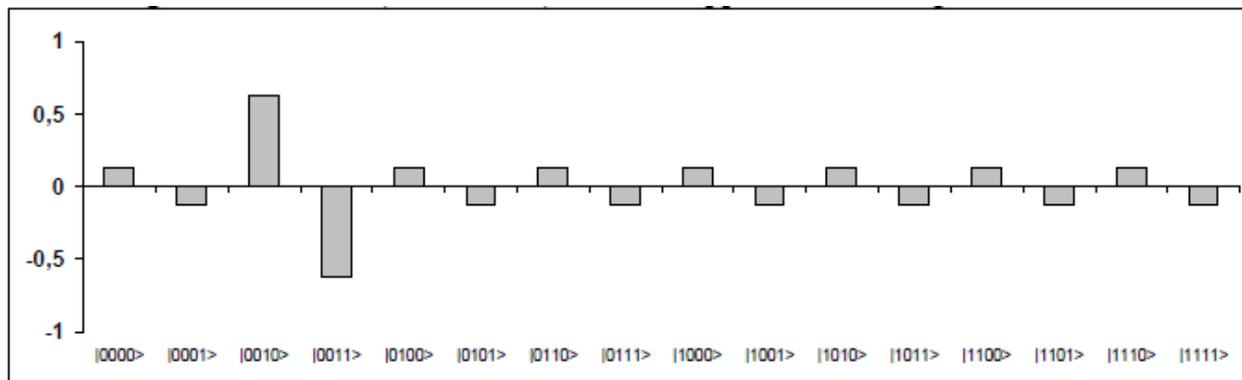


Рис. 3(г). $[(D_n \otimes I)]$ применен оператор интерференции

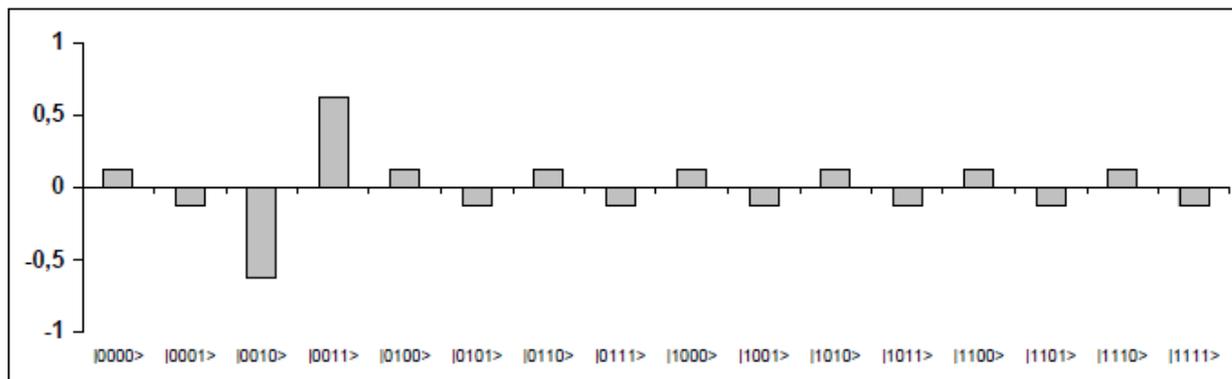


Рис. 3(д). Применение оператора запутанности второй раз

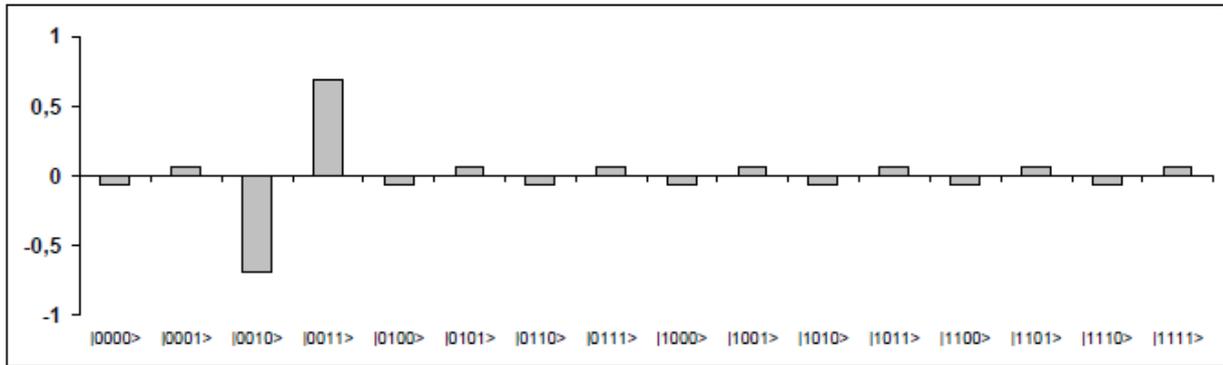


Рис. 3(е). Применение оператора интерференции второй раз

Декодирование

Когда выходной вектор, полученный в результате применения квантовой ячейки, был измерен, необходимо интерпретировать его, чтобы найти x . Фактически, надо выбрать достаточно большой шаг h , чтобы получить искомым вектор $|x\rangle|0\rangle$ или $|x\rangle|1\rangle$ с вероятностью, близкой к 1. Кодирова обратного вектора в их двоичные значения, первые n базисных векторов, в результате тензорного произведения, дадут строку x , как окончательный ответ.

Интерпретация измеренных результатов

Это задача достигается подготовкой вспомогательного кубита оракула преобразования:

$$U_f : |x, a\rangle \rightarrow |x, f(x) \oplus a\rangle.$$

В состоянии $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$, оператор $I_{|x_0\rangle}$ может быть вычислен эквивалентно U_f :

$U_f \left[x\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (0\rangle - 1\rangle) \right]$	=	$\left[I_{ x_0\rangle}(x\rangle) \right] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (0\rangle - 1\rangle)$
	=	$\frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{\left[I_{ x_0\rangle}(x\rangle) \right]}_{\text{Результат вычислений}} \otimes \underbrace{ 0\rangle}_{\text{Измерение}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{\left[I_{ x_0\rangle}(x\rangle) \right]}_{\text{Результат вычислений}} \otimes \underbrace{ 1\rangle}_{\text{Измерение}}$

и оператор U_f составляется с помощью $I_{|x_0\rangle}$ и двух кубитов, преобразованных Адамаром.

На (рис. 4) показан результат интерпретации результатов алгоритма Гровера. Измеренный базисный вектор вычисляется из тензорного произведения между результатами вычисления кубита и вспомогательного измерительного кубита. В поисковом процессе Гровера вспомогательный кубит менялся, когда происходили вычисления.

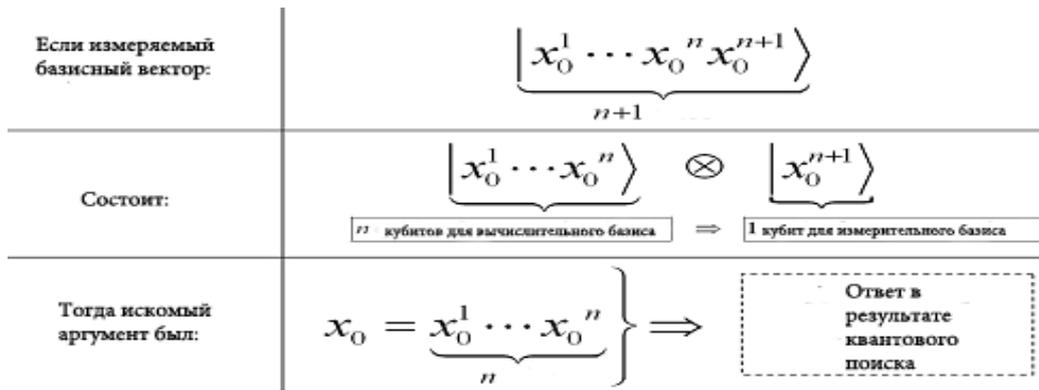


Рис. 4. Интерпретация результатов

Результаты алгоритма Гровера показаны на (рис. 5). Измерение результатов основывается на подбрасывании монеты.

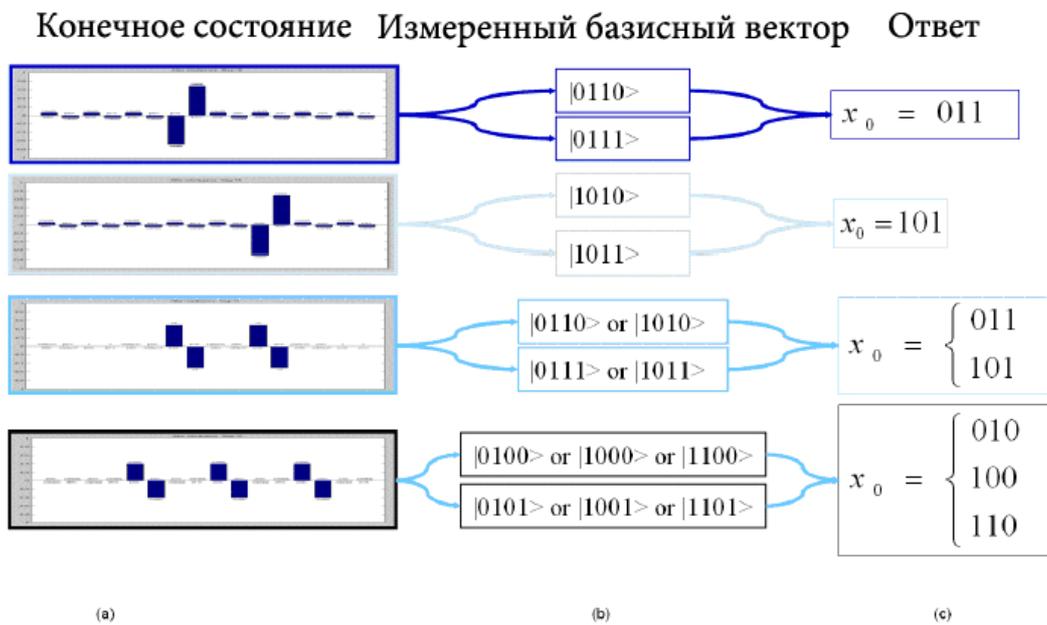


Рис. 5. Конечные результаты алгоритма Гровера

Выводы

Способ моделирования, приведенный в этой работе, даёт возможность запускать квантовый алгоритм Гровера на классическом компьютере и находить искомый элемент в неотсортированной базе данных при использовании квантовых операций (суперпозиции, запутывания и интерференции).

Основным преимуществом используемого подхода является его универсальность, простота реализации и наглядность представления данных.

Главным недостатком является прямое матричное представление квантовых операторов, которое требует большого объема занимаемой памяти.

Список литературы

1. Садовничий В. А. Квантовые вычисления: за и против. – Ижевск: Изд. дом «Удмуртский ун-т», 1999. – С. 212.
2. Benenti G., Casati G., Strini G. Principles of quantum computation and information. – Singapore: World Scientific. – 2004. – Vol. I. – 2007. – Vol. II.
3. Ulyanov S.V., Litvintseva L.V., Ulyanov S.S. Quantum information and quantum computational intelligence: Design & classical simulation of quantum algorithm gates. – Università degli Studi di Milano: Polo Didattico e di Ricerca di Crema Publ. – 2005. – Vol. 80.