

## КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ КАЧЕСТВА РЕПРЕЗЕНТАТИВНЫХ ОЦЕНОК ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Петров Сергей Павлович<sup>1</sup>, Ульянов Сергей Викторович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Аспирант;

ГБОУ ВПО «Международный Университет природы, общества и человека «Дубна»,  
Институт системного анализа и управления;  
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, 19;  
e-mail: msgtome@bk.ru.

<sup>2</sup> Доктор физико-математических наук, профессор;

ГБОУ ВПО «Международный Университет природы, общества и человека «Дубна»,  
Институт системного анализа и управления;  
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, 19;  
e-mail: ulyanovsv@mail.ru.

*В работе вводятся показатели качества изображений, методы их оценки, а также осуществляется отбор наиболее репрезентативных показателей. Далее проводится кластерный анализ выборки изображений с целью последующего использования его результатов для получения обучающего сигнала, необходимого при проектировании базы знаний нечеткого регулятора, управляющего параметрами алгоритма распознавания образов. Кластерный анализ выполняется с помощью метода k-средних и алгоритма модели гауссовых смесей.*

Ключевые слова: показатели качества, кластерный анализ, обучающий сигнал, нечеткий регулятор, распознавание образов.

## CLUSTER ANALYSIS BASED ON QUALITY OF REPRESENTATIVE ESTIMATIONS OF DIGITAL IMAGES

Petrov Sergey<sup>1</sup>, Ulyanov Sergey<sup>2</sup>

<sup>1</sup> PhD student;

Dubna International University of Nature, Society, and Man,  
Institute of system analysis and management;  
141980, Dubna, Moscow reg., Universitetskaya str., 19;  
e-mail: msgtome@bk.ru.

<sup>2</sup> Doctor of Science in Physics and Mathematics, professor;

Dubna International University of Nature, Society, and Man,  
Institute of system analysis and management;  
141980, Dubna, Moscow reg., Universitetskaya str., 19;  
e-mail: reshetnikovag@pochta.ru.

*In this article we introduce images quality indicators, the methods of their evaluation, and the most representative indicators are selected. Then we carry out the cluster analysis of sample images for subsequent use of the results for the training signal obtaining required for fuzzy controller knowledge base design. The fuzzy controller is needed to manage parameters of the pattern recognition algorithm. Cluster analysis is performed using the k-means algorithm and Gaussian mixture model.*

Keywords: quality indicators, cluster analysis, training signal, fuzzy controller, pattern recognition.

## Введение

Кластерный анализ решает задачу разбиения некоторой выборки объектов на подмножества (кластеры). При этом объекты из одного кластера должны быть подобны, а объекты разных кластеров – достаточно сильно отличаться. Алгоритмы кластеризации можно включить в более широкий класс алгоритмов обучения без учителя.

Область применения кластерного анализа включает разнообразные классы задач, такие как: интеллектуальный анализ данных, разработка классификации, сегментация изображений, сжатие данных, обнаружение нетипичных, «новых», объектов и др.

В данной работе применяется кластерный анализ для разбиения на группы выборки изображений. Кластеризация изображений, в нашем случае, является всего лишь предварительным этапом для дальнейших прикладных исследований, конечной целью которых является разработка «регулятора алгоритма распознавания» – программно-аппаратного комплекса, способного адаптировать систему распознавания образов (например, лиц) к меняющимся условиям захвата фото/видео сигнала, определяющим, в конечном счете, качество полученных изображений.

Условия работы устройства захвата сигнала могут определяться погодными факторами и степенью освещенности места, где осуществляется съемка, электромагнитными помехами в передающей среде, скоростью движения объектов захвата. Все эти и многие другие факторы вносят вклад в качество получаемых цифровых изображений. Общими критериями качества изображений могут быть яркость, контрастность, резкость, зашумленность и др.

Как известно, результаты работы алгоритмов распознавания образов, так или иначе, зависят качества входных изображений. Кроме того, оптимальные параметры этих алгоритмов могут варьироваться от изображения к изображению в зависимости от качественных характеристик исходных изображений.

Таким образом, можно выделить классы изображений (по их качественным характеристикам), для которых оптимальными будут различные наборы параметров алгоритма распознавания. Приведем пример. В качестве алгоритма распознавания рассмотрим *алгоритм Кэнни (детектор границ Кэнни)* [1, 4]. В дисциплине компьютерного зрения это оператор обнаружения границ изображения. Детектор границ Кэнни до сих пор является одним из лучших детекторов. Кроме особенных частных случаев трудно найти детектор, который бы работал существенно лучше, чем детектор Кэнни.

Работа алгоритма основана на *подавлении не максимумов (Non-Maximum Suppression)*, которое означает, что пикселями границ объявляются пиксели, в которых достигается локальный максимум градиента в направлении вектора градиента, а также двойной пороговой фильтрации. Параметрами алгоритма являются пороговые значения  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющие чувствительность алгоритма. Для изображений, отличных по качеству, оптимальные параметры  $\alpha$  и  $\beta$  (например, с точки зрения формирования наиболее гладкого контура распознаваемого объекта) будут отличаться [1].

Таким образом, для различных изображений необходимо использовать различные наборы параметров алгоритма распознавания, а если речь идет о системе, функционирующей в режиме реального времени, то необходимо уметь динамически переключать эти наборы в зависимости от характеристик качества входного изображения, т.е. мы должны спроектировать интеллектуальный регулятор. В дальнейших работах мы планируем разработать нечеткий регулятор (НР), входные переменные которого будут определять качество исходного изображения (захватываемого видеокамерой, либо хранимого на компьютере), а выходные переменные – параметры алгоритма распознавания (например,  $\alpha$  и  $\beta$  алгоритма Кэнни).

Основное преимущество НР в сравнении с другими регуляторами состоит в том, что нет необходимости знать многомерной зависимости параметров алгоритма распознавания от параметров качества изображений. Кроме того, вычисление такой зависимости потребовало бы гораздо больше вычислительных ресурсов, нежели требует работа типичного НР.

Главная компонента НР – нечеткая база знаний (БЗ).

Имеется два основных способа разработки БЗ [5]:

1. *Ручной.* В этом случае функции принадлежности входных и выходных переменных, а также правила, описывающие поведение системы задаются непосредственно экспертом;
2. *Автоматизированный.* БЗ формируется посредством интеллектуальной обработки обучающей выборки (так называемого «обучающего сигнала», представляющего набор пар значений типа «вход/выход») с помощью генетических алгоритмов и нейронных сетей.

Второй способ более предпочтительный, т.к. влияние субъективных знаний эксперта на конечный результат гораздо меньше (при автоматизированном способе эксперт лишь задает некоторые параметры алгоритмов обработки данных, контролирует процесс выполнения алгоритмов, дает оценку полученной БЗ). Реализации автоматизированного способа получения БЗ требует наличие обучающего сигнала.

Для нашей задачи таким сигналом будут пары: «значения параметров качества входных изображений – оптимальные параметры алгоритма распознавания». Нет смысла в качестве левых частей обучающего сигнала брать параметры качества конкретных изображений всей выборки, т.к. разброс точек обучающего сигнала будет слишком велик, а полученная зависимость сложна для аппроксимации даже с помощью НР.

Кроме того, большой размер обучающего сигнала усложняет процессы обработки данных. Поэтому предполагается выделить кластеры изображений и их центры, для каждого из которых в дальнейшем будут найдены оптимальные параметры алгоритма распознавания. Это и будет обучающим сигналом для проектирования БЗ НР системы распознавания образов.

В этой работе проводится кластерный анализ подготовленной заранее выборки изображений.

Независимо от предмета изучения применение кластерного анализа предполагает следующие этапы:

- отбор выборки для кластеризации;
- определение множества переменных, по которым будут оцениваться объекты в выборке, то есть признакового пространства;
- собственно оценка значений введенных параметров для объектов выборки;
- выбор той или иной меры сходства между объектами выборки;
- выбор и применение метода кластерного анализа для создания групп сходных объектов;
- проверка достоверности результатов кластерного решения.

### ***Отбор выборки для кластеризации***

На начальном этапе выбраны и обработаны изображения, представляющих исходную выборку: 51 изображение различного качества, каждое размером 400\*400 пикселей (см. рис. 1).

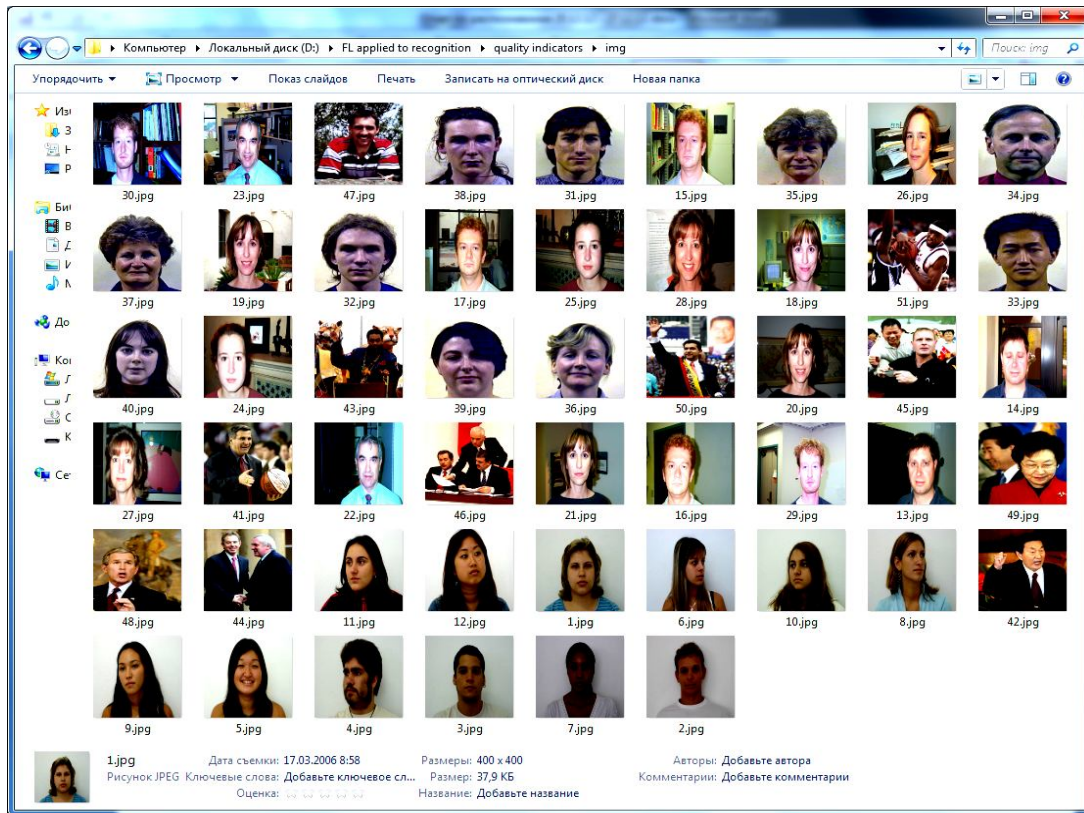


Рис. 1. Исходная выборка изображений

## Определение пространства признаков

Качество аналогового изображения определяется большим количеством технических характеристик системы захвата изображения: соотношением сигнал/шум и статистическими характеристиками шума, градационными характеристиками, спектральными характеристиками, интервалами дискретизации и т.д. Эти характеристики влияют на качество оцифрованного изображения – яркость, контрастность, зашумленность и т.д. Нам необходимо найти способ вычисления этих характеристик, а также выбрать минимальное и максимальное значения шкалы их измерения, удобнее всего использовать отрезок [0, 1].

Таким образом, там, где это возможно, будет использоваться относительная яркость, относительная контрастность и т.п.

Ниже мы подробнее опишем некоторые из этих параметров качества и введем методы их оценки [4, 6].

### Относительная физическая яркость

Так называемая «физическая» яркость всего изображения вычисляется по формуле:

$$Y_p = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N R_p + G_p + B_p,$$

где  $R_p, G_p, B_p$  – значения яркости красной, зеленой и синей компонент соответственно для пикселя  $p$ .

Переход к относительным значениям осуществляется делением значения яркости всего изображения на максимально возможное значение яркости.

## Относительная видимая яркость

«Видимая» яркость всего изображения вычисляется по формуле:

$$Y_p = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N 0.299R_p + 0.587G_p + 0.114B_p.$$

Переход к относительной видимой яркости осуществляется также как и в предыдущем случае.

## Яркостная контрастность

Удобным критерием яркостной контрастности будет дисперсия яркости пикселей изображения:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N (Y_p - Y)^2.$$

Более универсальный безразмерный критерий яркостной контрастности – отношение средне-квадратического отклонения к максимально возможному значению яркости:

$$C = \frac{2\sigma}{Y_{\max}}.$$

Необходимо отметить, что яркостную контрастность можно вычислить как для физической, так и для видимой яркости.

## Тоновая контрастность

Тоновая контрастность может быть вычислена как «средний тон»:

$$d = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N d_p,$$

где  $d_p = \sqrt{(R_p - R)^2 + (G_p - G)^2 + (B_p - B)^2}$ , а  $R, G, B$  – усредненные значения яркости красной, зеленой и синей компонент соответственно.

## Тоновая насыщенность

Тоновая насыщенность – это отличие цвета от ахроматического при их одинаковой яркости. В цветовой модели  $RGB$  тоновую насыщенность пикселя можно выразить как расстояние до диагонали ахроматических цветов:

$$h_p = \sqrt{R_p^2 + G_p^2 + B_p^2 - (R_p + G_p + B_p)^2 / 3}.$$

Для всего изображения оценка тоновой насыщенности может быть выражена как среднее значение тоновой насыщенности для всех пикселей:

$$h = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N h_p.$$

**«Блочность» – средняя абсолютная разность между блоками 8\*8 пикселей**

$$B_h = \frac{1}{M(N/8-1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N/8-1} |d(i,8j)|,$$

где  $d$  – разность интенсивностей соответствующих пикселей полутонового изображения.

**Отклонение средней абсолютной разности на границе блоков от той же величины, вычисленной для всего изображения**

$$A = \frac{1}{7} \left( \frac{8}{M(N-1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N-1} |d(i,j)| - B \right).$$

Кроме того, можно еще оценить среднюю длину переходных участков (участков перехода от одного цвета к другому) и среднюю высоту («крутизну») переходных участков для всего изображения. Эти два показателя позволяют оценить «резкость» исходного изображения [4, 6].

**Оценка значений введенных показателей качества изображений**

Мы реализовали расчет введенных показателей качества изображений для всей выборки в программной системе *Matlab*. Таблица расчета приведена в *Приложении*.

Выберем наиболее репрезентативные показатели, как показатели, у которых наибольшее расстояние между минимальным и максимальным значениями на всей выборке изображений. Так как все показатели находятся разной шкале, то необходимо нормировать всю разность на значение максимума соответствующего показателя (см., *Приложение*).

Таким образом, критерий отбора наиболее репрезентативных показателей следующий:

$$\frac{\max_i - \min_i}{\max_i} \mapsto MAX, \text{ где } i \text{ — номер показателя.} \quad (1)$$

По этому критерию отобраны следующие 3 (из 10) показателя: относительная видимая яркость; яркостная контрастность (для физической яркости); средняя высота («крутизна») переходных участков для всего изображения («резкость»). Эти показатели отмечены в Таблице П1 *Приложения* зеленым цветом. Красным цветом в таблице выделен показатель с наихудшим значением критерия (1).

Следующим этапом исследования будет выбор меры сходства изображений (на множестве значений введенных показателей качества) и алгоритма кластеризации изображений.

**Кластерный анализ выборки изображений**

Для больших выборок и большой размерности признакового пространства сложно выполнить кластеризацию вручную, чаще используются алгоритмы кластеризации.

Для решения задачи нам из наиболее распространенных алгоритмов, подходят следующие:

- метод  $k$ -средних [3];
- кластеризация с помощью модели гауссовых смесей [2].

Широкий класс методов иерархической кластеризации мы отвергаем, т.к., в конечном счете, нас интересуют группы изображений, не связанных вертикальными связями.

## Кластеризация методом *k*-средних

Действие алгоритма таково, что он стремится минимизировать суммарное квадратичное отклонение точек кластеров от центров этих кластеров [3].

Для работы алгоритма важна выбранная мера сходства между объектами-изображениями. Для простоты мы будем использовать меру *SAD* (*Sum of absolute differences*), вычисляемую по следующей формуле:

$$SAD_{ij} = \sum_{i=1, N} |q_i^{(1)} - q_i^{(2)}|,$$

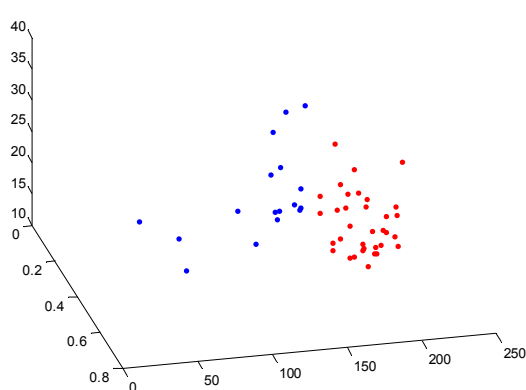
где  $q_i^{(1)}, q_i^{(2)}$  – значения *i*-го показателя качества для первого и второго изображений.

Эта мера проста в реализации и для ее подсчета нужно немного вычислительных ресурсов.

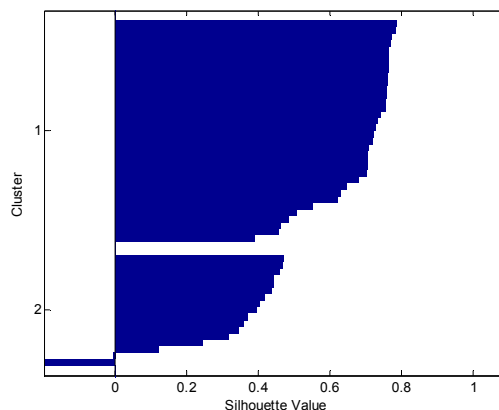
Поскольку центры кластеров выбираются произвольно, то необходимо несколько раз выполнять алгоритм с различными координатами центров кластеров. В качестве оптимального разбиения выбирается разбиение с минимальным суммарным расстоянием точек кластера от соответствующего центра кластера. Мы будем запускать алгоритм 5 раз.

Количество выделяемых кластеров задаем произвольно. Рассмотрим работу алгоритма с различным количеством кластеров разбиения.

Количество выделяемых кластеров – 2. На рис. 2а представлено соответствующее разбиение.



а. Разбиение выборки изображений на 2 кластера



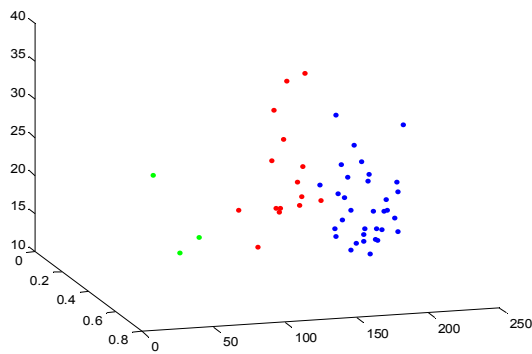
б. График силуэтов для разбиения на 2 кластера

Рис. 2.

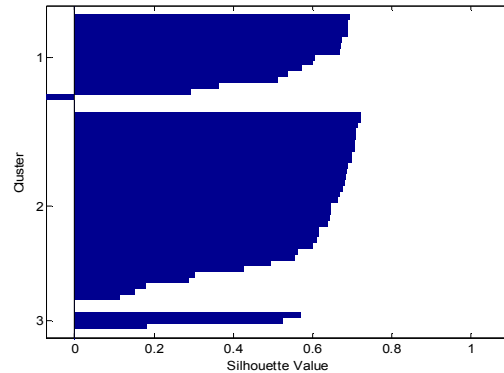
Для того чтобы иметь представление о том насколько хорошо выполнено разбиение, мы можем построить график силуэтов кластеров, используя выходные значения алгоритма *k*-средних. Этот график показывает как близко каждая точка в одном кластере близка к точка соседних кластеров. Эта мера находится в диапазоне от +1 (показывает, что точка сильно удалена от соседних кластеров) до -1 (показывает, что точка, вероятно, была приписана к данному кластеру неверно). Значение 0 показывает, что точка данного кластера неотличима от точек других кластеров.

На рис. 2б ниже изображен график силуэтов двух выделенных кластеров. Из рисунка видно, что более половины точек в первом кластере имеют большие значения силуэта (больше 0,6). Это говорит о том, что кластер 1 можно поделить еще на несколько кластеров (один из которых будет весьма большим). Второй кластер содержит только точки с малым значением силуэта и несколько точек с отрицательными значениями, что говорит о неудачном разбиении.

Количество выделяемых кластеров – 3. На рис. 3а представлено соответствующее разбиение. На Рис. 3б график силуэтов для этого разбиения.



а. Разбиение выборки изображений на 3 кластера

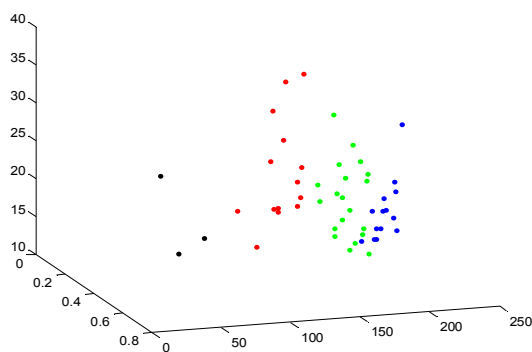


б. График силуэтов для разбиения на 3 кластера

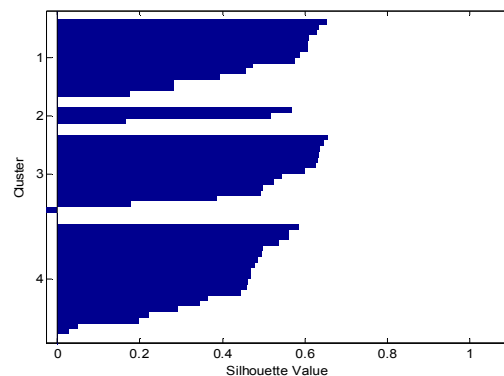
Рис. 3.

Из рис. 3б видно, что более половины точек в первом и втором кластерах имеют большие значения силуэта (больше 0.6). Но в первом кластере есть отрицательные значения. В третьем кластере все значения силуэта менее 0.6. Теперь разделим исходную выборку на 4 кластера.

Количество выделяемых кластеров – 4. На рис. 4а представлено соответствующее разбиение. На Рис. 4б график силуэтов для этого разбиения.



а. Разбиение выборки изображений на 4 кластера



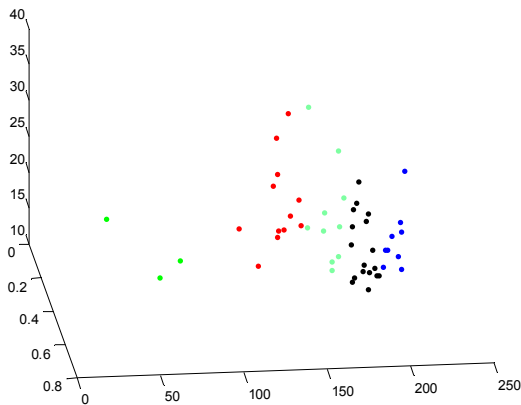
б. График силуэтов для разбиения на 4 кластера

Рис. 4.

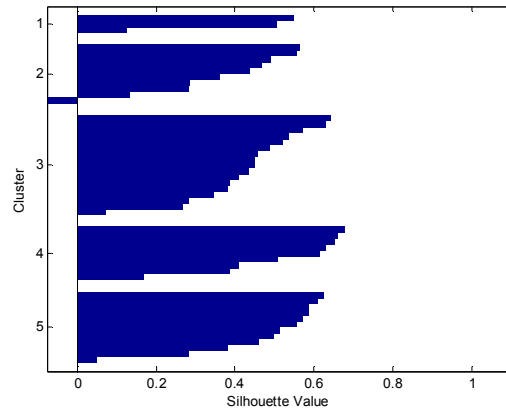
Из рис. 4б видно, что более половины точек в первом и третьем кластерах имеют большие значения силуэта (больше 0.6). Но в третьем кластере есть отрицательные значения. Во втором и четвертом кластерах большинство значения силуэта менее 0.6. Выполним разбиение на 5 кластеров.

Количество выделяемых кластеров – 5. На рис. 5а представлено соответствующее разбиение. На рис. 5б график силуэтов для этого разбиения.





а. Разбиение выборки изображений на 5 кластеров

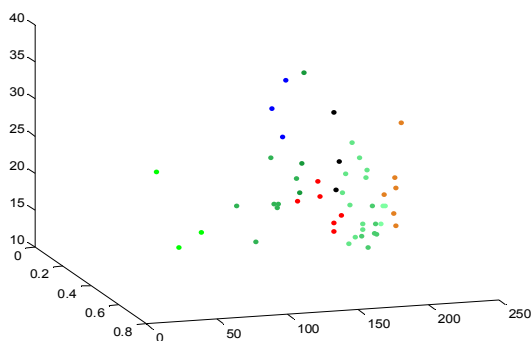


б. График силуэтов для разбиения на 5 кластеров

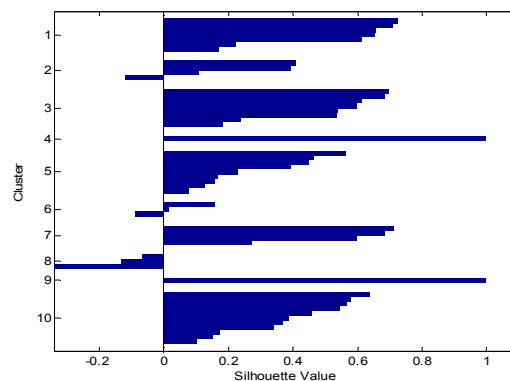
Рис. 5.

Из рис. 5б видно, что в кластерах 3-5 только несколько точек имеют большие значения силуэта (больше 0.6). Во втором кластере есть отрицательные значения. В первом и втором кластерах большинство значения силуэта менее 0.6. Разобьем исходную выборку на 10 кластеров.

Количество выделяемых кластеров – 10. На рис. 6а представлено соответствующее разбиение. На рис. 6б график силуэтов для этого разбиения.



а. Разбиение выборки изображений на 10 кластеров



б. График силуэтов для разбиения на 10 кластеров

Рис. 6.

Очевидно, что при данном разбиении есть 6 - 7 удачных кластеров. Кластеры 2, 6, 8 – выделены плохо. Такое количество кластеров достаточно для получения обучающего сигнала приемлемой длины (при таком разбиении будет 7 точек в обучающем сигнале), поэтому остановимся на нем.

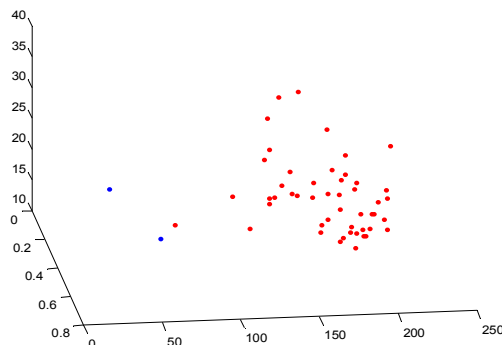
### Кластеризация на основе модели гауссовых смесей

Данный метод реализуется на основе *EM*-алгоритма (*Expectation-maximization algorithm*) – алгоритм, используемый в математической статистике для нахождения оценок максимального правдоподобия параметров вероятностных моделей, в случае, когда модель зависит от некоторых скрытых переменных. Каждая итерация алгоритма состоит из двух шагов. На *E*-шаге (*expectation*) вычисляется ожидаемое значение функции правдоподобия, при этом скрытые переменные рассматриваются как наблюдаемые. На *M*-шаге (*maximization*) вычисляется оценка максимального правдоподобия. Таким

образом, увеличивается ожидаемое правдоподобие, вычисляемое на  $E$ -шаге. Затем это значение используется для  $E$ -шага на следующей итерации. Алгоритм выполняется до сходимости [2].

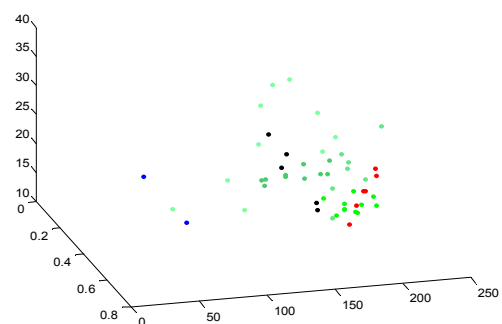
$EM$ -алгоритм используется для разделения смеси гауссовых распределений исходных значений параметров качества изображений.

*Количество выделяемых кластеров – 2.* На рис. 7 представлено соответствующее разбиение.



*Рис. 7. Разбиение выборки изображений на 2 кластера*

*Количество выделяемых кластеров – 7.* На рис. 8 представлено соответствующее разбиение.



*Рис. 8. Разбиение выборки изображений на 7 кластеров*

Семи кластеров достаточно для последующей разработки обучающего сигнала, необходимого для проектирования БЗ НР [5], поэтому можно завершить процесс дальнейшей кластеризации. Необходимо отметить, что для модели гауссовых смесей некорректно строить график силуэтов, т.к. этот алгоритм использует функцию правдоподобия вместо функции меры сходства.

## **Выводы**

Для разработки нечеткого регулятора, который позволит адаптировать систему распознавания образов к меняющимся условиям захвата изображений, необходимо, в первую очередь, различать изображения по качеству, а также оценивать значения показателей их качества.

Кроме того, показатели качества изображений должны быть репрезентативными и позволять разграничивать пространство признаков изображений на характерные области.

Введенные в работе показатели качества изображений обладают вышеупомянутым свойством и их можно использовать:

- для предварительного отбора изображений из больших массивов в автоматическом режиме;
- для кластеризации выборки изображений с целью последующего получения обучающего сигнала, необходимого для проектирования базы знаний нечеткого регулятора;

- для расчета значений, используемых в качестве входных значений нечеткого регулятора в процессе нечеткого вывода, реализующего решение прикладных задач распознавания образов.

В данной работе мы использовали значения показателей качества изображений для кластеризации с помощью двух методов: метода  $k$ -средних и метода модели гауссовых смесей.

Метод  $k$ -средних позволяет выполнять кластеризацию для произвольного количества кластеров, а также проводить оценку качества разбиения. Для нашей выборки мы выбрали разбиение на 10 кластеров (из которых 7 выделены успешно).

При кластеризации с помощью модели гауссовых смесей мы ограничились разбиением на 7 кластеров.

Следующим шагом (после разбиения на кластеры) будет получение выходных частей обучающего сигнала для соответствующих центров выделенных кластеров (например,  $\alpha$  и  $\beta$  алгоритма Кэнни).

Таким образом, мы получим два обучающих сигнала для реализации НР с 3 входами – показателями качества выходного изображениями. Данная часть обучающего сигнала является независимой от используемого алгоритма распознавания образов. Вторая (правая) часть обучающего сигнала будет зависеть от параметров выбранного алгоритма распознавания.

### *Список литературы*

1. Canny J., A Computational Approach to Edge Detection. // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. –1986. – Vol. 8/6. – Pp. 679-698.
2. Geoffrey J. McLachlan, Kaye E. Basford, Mixture models : inference and applications to clustering. – New York : Marcel Dekker,1988.
3. MacQueen J., Some methods for classification and analysis of multivariate observations. // Proc. Fifth Berkeley Symp. on Math. Statist. and Prob. – 1967. – Vol. 1. – Pp. 281-297.
4. Stan Z.Li, Anil K. Jain. Handbook of Face Recognition. – Springer Science+Business Media, 2005.
5. Ульянов С.В., Литвинцева Л.В., Добрынин В.Н., Мишин А.А., Интеллектуальное робастное управление: технологии мягких вычислений. – М.: ВНИИГеосистем, 2011.
6. Фисенко В.Т., Фисенко Т.Ю., Компьютерная обработка и распознавание изображений: учеб. пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2008.

## Приложение

### Оценка качества изображений

Ниже приведена таблица расчетов рассмотренных в работе показателей качества изображения (см. Табл. П1).

Таблица П1. Значения показателей качества изображений для объектов выборки

Номер изображения	Относительная физическая яркость	Относительная видимая яркость	Яркость контрастность (для физической яркости)	Яркость контрастность (для видимой яркости)	Отношение средне-квадратического отклонения яркости пикселей изображения к максимальному значению яркости (для физической яркости)	Отношение средне-квадратического отклонения яркости пикселей изображения к максимальному значению яркости (для видимой яркости)	Тоновая контрастность	Тоновая насыщенность	Резкость: средняя длина переходных участков для всего изображения	Резкость: средняя высота ("крутизна") переходных участков для всего изображения
1	0,9199	0,523	203,466	143,265	0,1119	0,126	9,9178	13,0374	3,1685	23,5482
2	0,8182	0,5072	176,779	151,289	0,1043	0,1249	9,8628	13,0381	2,5692	15,6696
3	0,7421	0,4919	163,573	137,453	0,1003	0,1061	9,4597	12,9042	2,5765	16,4597
4	0,7605	0,4823	164,13	121,98	0,1005	0,1	8,7927	12,9821	2,7632	17,3936
5	0,6613	0,3156	125,442	108,977	0,0878	0,0825	7,4265	12,9379	1,9599	13,2849
6	0,9066	0,5184	183,561	122,909	0,1063	0,087	8,9977	13,0266	2,0326	23,8009
7	0,9263	0,5541	205,23	133,911	0,1124	0,0908	9,9483	13,0007	2,063	31,4275
8	0,8897	0,4847	199,845	129,097	0,1109	0,0891	10,1743	12,9696	2,0403	20,8378
9	0,7845	0,3986	148,565	101,737	0,0956	0,0791	7,3812	12,755	1,9087	20,6367
10	0,9071	0,4263	173,451	90,3003	0,1033	0,0757	7,2657	13,0282	1,8704	24,9257
11	0,8705	0,5393	177,07	126,588	0,1044	0,0886	8,8587	13,035	2,0782	26,7972
12	0,9301	0,5199	204,739	160,873	0,1122	0,1528	11,4331	13,0383	3,5058	17,0205
13	0,7743	0,3198	137,713	81,3665	0,092	0,071	6,7126	12,9605	1,8498	18,2369
14	0,8724	0,4174	179,3	112,963	0,105	0,0847	7,5322	13,0123	1,9067	23,0406
15	0,6672	0,3678	135,496	101,289	0,0913	0,0792	7,5216	12,9925	1,9688	18,4206
16	0,8361	0,4437	181,209	116,431	0,1056	0,0846	8,522	12,9303	2,0402	27,616
17	0,8281	0,4421	169,997	111,79	0,1023	0,0829	7,7984	12,9641	2,4777	21,3762
18	0,7055	0,3174	140,975	96,0134	0,0931	0,0769	7,2898	12,7947	2,1406	18,2101
19	0,8848	0,5093	185,13	134,043	0,1067	0,0912	9,6684	13,0251	2,1398	24,6374
20	0,7685	0,3724	163,652	103,398	0,1003	0,0801	8,3878	12,3239	2,3262	21,6792
21	0,7377	0,4088	161,428	114,689	0,0997	0,086	7,7646	12,0606	1,7589	20,1101
22	0,9802	0,6364	23,139	137,647	0,0377	0,092	10,5044	13,0383	2,1458	28,1931
23	0,9169	0,5227	202,336	160,518	0,1116	0,1424	10,6747	13,038	2,8487	18,7684
24	0,7386	0,3597	141,889	98,1927	0,0934	0,078	7,4912	12,9999	1,7544	35,397

25	0,8512	0,4748	176,221	108,594	0,1041	0,0821	8,2089	13,0384	2,482	19,5692
26	0,9047	0,542	195,09	108,609	0,1095	0,0817	7,9053	13,0381	2,7241	20,1617
27	0,8532	0,4664	176,78	98,5092	0,1043	0,0778	7,2355	13,0384	2,5035	14,2048
28	0,9174	0,5134	191,323	100,803	0,1085	0,0787	7,6778	13,0378	2,2704	15,971
29	0,9158	0,5198	193,625	114,138	0,1091	0,0838	8,0945	13,0384	2,5192	17,4093
30	0,9667	0,626	55,8124	120,604	0,0586	0,0865	8,3574	13,0373	2,8444	19,4594
31	0,8922	0,5062	182,403	111,413	0,1059	0,0828	7,63	13,0382	2,432	17,4365
32	0,8981	0,5214	194,882	110,209	0,1095	0,0823	8,2099	13,0383	2,62	19,806
33	0,8615	0,5274	184,226	113,16	0,1065	0,0834	8,0337	13,0384	2,2968	14,4224
34	0,8545	0,5151	189,627	158,388	0,108	0,1325	10,4253	13,0375	2,8869	16,0966
35	0,8261	0,5125	166,715	113,731	0,1013	0,0836	7,833	13,0384	2,3846	18,8748
36	0,7204	0,333	133,982	88,0009	0,0908	0,0736	6,6695	12,8631	3,2738	24,7325
37	0,4017	0,1875	83,2678	61,7129	0,0716	0,0616	5,4721	12,5582	2,4566	11,3671
38	0,6967	0,4328	132,996	99,4603	0,0905	0,0782	6,8966	12,9769	2,6825	28,8005
39	0,5554	0,2787	115,678	91,1765	0,0844	0,0749	6,4438	12,031	3,2374	17,7017
40	0,7005	0,433	146,118	121,294	0,0948	0,0864	8,4589	12,7396	3,3314	25,0517
41	0,7714	0,4661	139,493	106,477	0,0926	0,0809	8,1759	13,0384	2,8649	23,6087
42	0,7713	0,3701	153,748	93,652	0,0973	0,079	8,0479	13,0318	4,1994	36,4487
43	0,824	0,3937	179,332	134,316	0,105	0,0962	9,6355	12,9646	4,2727	20,1231
44	0,7094	0,3141	155,332	85,7792	0,0978	0,0726	10,5533	12,7151	3,7173	18,3119
45	0,818	0,5436	187,844	138,787	0,1075	0,1066	9,6655	12,9937	2,9884	17,866
46	0,7859	0,4239	169,877	103,968	0,1022	0,08	8,2071	12,5959	3,8418	31,4965
47	0,6369	0,3188	136,623	81,1459	0,0917	0,0707	6,5383	11,7682	3,1404	31,1078
48	0,8865	0,5277	186,96	151,483	0,1072	0,0973	9,9203	13,0383	2,5288	20,0079
49	0,8572	0,4397	188,358	158,102	0,1076	0,1592	10,8543	12,9499	2,7563	14,7977
50	0,9212	0,5254	204,082	143,288	0,112	0,1267	10,4079	13,0341	3,0144	22,2208
51	0,7972	0,5147	181,413	142,236	0,1056	0,1024	9,815	12,985	2,5844	16,763
(max-min)/max	<b>0,5902</b>	<b>0,7054</b>	<b>0,8873</b>	<b>0,6164</b>	<b>0,6646</b>	<b>0,6131</b>	<b>0,5214</b>	<b>0,0974</b>	<b>0,5894</b>	<b>0,6881</b>