УДК 004.415.2, 004.588

НЕЙРОСЕТЕВЫЕ И ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ В МОДЕЛИРОВАНИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ[1]

Аверкин Алексей Николаевич[1], Ярушев Сергей Александрович[2]

[1]*Кандидат физико-математических наук, доцент;*
ГБОУ ВПО Международный университет природы, общества и человека «Дубна»;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, 19,
e-mail: averkin2003@inbox.ru.

[2]*Аспирант;*
ГБОУ ВПО Международный университет природы, общества и человека «Дубна»,
Институт системного анализа и управления;
141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Университетская, 19,
e-mail: s2017@yandex.ru.

В данной статье рассматриваются различные методы для построения моделей временных рядов. В частности особое внимание уделяется нейросетевым и гибридным методам для моделирования и прогнозирования временных рядов. Детально рассматривается несколько нечетких архитектур нейронных сетей, таких как ANFIS и TSK. Рассматривается возможность гибридизации методов нейронных сетей и регрессионного анализа для прогнозирования временных рядов.

Ключевые слова: гибридные модели, временной ряд, нейронные сети, нечеткие методы моделирования.

NEURAL AND HYBRID MODELS FOR TIME SERIES MODELLING

Averkin Alexey[1], Yarushev Sergey[2]

[1]*Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor;*
Dubna International University of Nature, Society and Man,
Institute of system analysis and management;
141980, Dubna, Moscow reg., Universitetskaya str., 19;
e-mail: averkin2003@inbox.ru.

[2]*Postgraduate student;*
Dubna International University of Nature, Society and Man,
Institute of system analysis and management;
141980, Dubna, Moscow reg., Universitetskaya str., 19;
e-mail: s2017@yandex.ru.

This article discusses the various methods for time series modeling. Emphasis on neural network and hybrid methods for time series modeling and forecasting. Several fuzzy neural network architectures, such as ANFIS and TSK are considered. Considered the possibility of hybridization methods of neural networks and regression analysis for time series prediction.

Keywords: hybrid models, time series, neural networks, fuzzy modeling techniques.

[1] Работа частично поддерживается грантами РФФИ: 14-07-00653 и 14-07-00603

Введение

Анализ временных рядов представляет собой самостоятельную, обширную и одну из наиболее интенсивно развивающихся областей исследования прикладной математики.

Временной ряд (ВР) – это последовательность дискретных упорядоченных в неслучайные равноотстоящие моменты времени измерений (показателей, наблюдений) $y(t_1)$, $y(t_2), \ldots, y(t_N)$, характеризующих уровни состояний изучаемого процесса, протекающего в условиях неопределенности.

Целью анализа ВР является достижение понимания причинных механизмов, обусловивших поведение изучаемого процесса, построение моделей временных рядов, которые не только объясняют поведение процесса, но и могут быть использованы для оценки прогноза развития изучаемого процесса.

Детерминированные процессы характеризуются достаточной информацией для определения функциональной зависимости $y = f(t)$.

В том случае, если процесс протекает в условиях неопределенности, традиционно используют стохастические модели временных рядов и изучаются числовые временные ряды, содержащие как систематическую, так и случайную компоненту. Данный подход базируется на теоретических предпосылках теории вероятности и прикладной статистики, основан на принципе многомодельности и использует накопленный опыт моделирования детерминированных процессов в виде функциональных зависимостей.

Процессы, функционирующие в условиях «нестохастической» неопределенности, могут моделироваться нечеткими временными рядами, теоретический базис которых сформирован теорией нечетких множеств и нечетких моделей.

Для моделирования процессов в реальных сложноорганизованных системах, функционирование которых подвержено неопределенностям разного вида и характера, могут быть использованы гибридные модели временных рядов, описывающие стохастические и нечеткие (лингвистические) типы неопределенности.

Задача моделирования временных рядов в общем виде может быть сформулирована следующим образом.

Пусть заданы значения временного ряда $Y = \{y(1), y(2), \ldots, y(N)\}$, где $y(t)$ – значение показателя исследуемого процесса, зарегистрированного в t-м такте времени (t = 1, 2, ..., N). Требуется построить оценки будущих значений ряда $\hat{Y} = \{\hat{y}(N+1), \hat{y}(N+2), \ldots, \hat{y}(N+\tau)\}$, $1 < \tau < N$, где τ – горизонт прогнозирования.

Основная идея, объединяющая подходы к моделированию временных рядов, базируется на выделении систематических (регулярных) зависимостей и анализе по фиксированным критериям полученных остатков. Независимо от применяемого метода предполагается, что закономерность изменений, выявленная для определенного периода временного ряда в прошлом, сохранится на ограниченном отрезке времени в будущем.

1. Статистический подход к моделированию временных рядов

При практическом изучении временных рядов исследователь (эксперт) на основании наблюдений ВР конечной длины – должен сделать выводы о свойствах этого ряда и о вероятностном механизме, порождающем этот ряд. Статистический подход к моделированию ВР основывается на восстановлении по конкретному числовому ВР приближенной модели, отражающей статистическую зависимость, для описания и численного прогноза поведения исследуемого процесса.

Общей статистической моделью числового ВР служит модель вида $y = f(x, a) + \varepsilon t$.

В этой модели наблюдаемый ряд рассматривается как сумма некоторой систематической компоненты $f(xt, a)$, где a – параметр, и случайной компоненты εt, рассматриваемой как независимые реализации случайного процесса типа «белый шум» с постоянным математическим ожиданием, постоянной и малой дисперсией.

Систематическая составляющая $\mathrm{f(xt, a)}$ временного ряда может быть представлена в виде линейной комбинации компонент и декомпозирована на трендовую, периодическую, сезонную компоненты, явно зависящие от времени (при $xt = t$), и на авторегрессионную компоненту (при $\mathrm{xt = yt - p}$), которая описывает зависимость между текущим значением уровня временного ряда и прошлым значением, сдвинутыми на шаг р.

Временные ряды, модель которых явно выражает зависимость от времени и представляется в виде $y_t = f(t, a)$, относят к классу детерминированных временных рядов. Временные ряды, модель которых описывает поведение стационарных и нестационарных процессов и представляется в виде $y_t = f(y_{t-p}, a) + \varepsilon_t$, относят к классу стохастических.

Стационарный временной ряд отличается от нестационарного следующими свойствами: его математическое ожидание, дисперсия и ковариация не зависят от момента времени, в котором они вычисляются. Фундаментальным утверждением, служащим одновременно и ограничением статистического подхода, является теорема Вальда (1938) о разложении, согласно которой любой стационарный случайный процесс представляется в виде суперпозиции некоторого регулярного процесса $f(y_{t-p}, a)$ и белого шума ε_t.

В целом, статистический подход к анализу временных рядов заключается в выявлении и моделировании его детерминированных компонент на основе аддитивной (или мультипликативной) параметрической функциональной модели, приведении остатков к стационарному виду, при моделировании которых полученные ошибкиε_t удовлетворяли ограничениям модели (по теореме Вальда).

Методология моделирования временных рядов в рамках статистического подхода сводится к итеративному решению следующих задач (см. рис. 1):

1. Постулирование общего класса модели временного ряда. Модель временного ряда рассматривается в общем виде как система, элементами которой являются линейные параметрические функции.

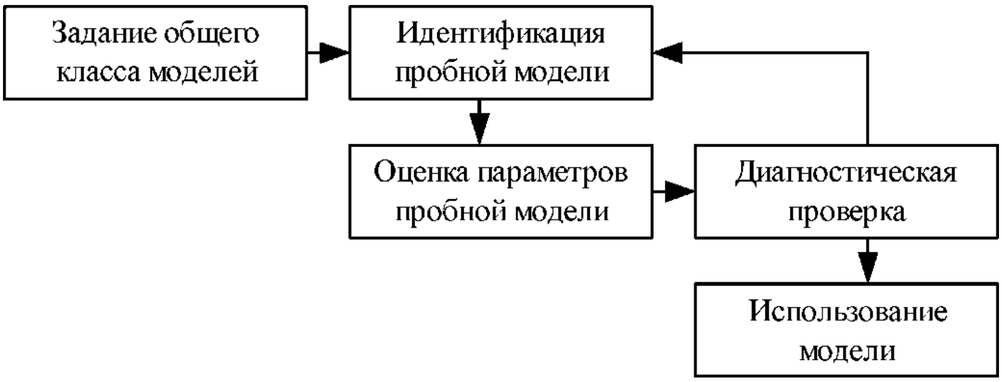

Рис. 1. Этапы итеративного подхода к построению моделей

Каждая функция моделирует поведение отдельных компонент (в зарубежной литературе используется термин паттерн (шаблон) вместо термина компонента) временного ряда. Выбор функций и разложение временного ряда по функциям решается специалистом-аналитиком (экспертом) на основе методов вычисления дополнительных функций и/или визуального распознавания типов возможных паттернов (визуальный *Data mining*).

2. Структурно-параметрическая идентификация модели. Эта задача включает идентификацию каждой модели линейной функциональной зависимостью, описывающей поведение паттернов временного ряда. При рассмотрении функциональной зависимости как структуры, состоящей из неиз-

вестного количества элементов, неизвестных значений параметров и типов связей, структурная идентификация заключается в последовательном постулировании типа связей, определяющего класс модели паттерна (например, аддитивная модель) и оценивании количества элементов, задающих размерность модели. Структурная идентификация моделей паттернов обычно решается экспертно путем определения количества элементов модели или на основе переборных методов.

Оценивание параметров составляет содержание этапа параметрической идентификации выбранной структуры модели и основывается на решении задачи минимизации остатков (ошибок модели) методом наименьших квадратов. Полученные оценки должны обладать свойствами состоятельности, несмещенности, эффективности и достаточности [1].

3. Анализ адекватности модели моделируемому временному ряду. Для обеспечения точности и достоверности результатов прогнозирования необходима оценка адекватности полученной при решении предыдущих задач модели ВР. Обычно для этих целей исследуют остатки на независимость и нормальность распределения, а также анализируются их свойства стационарности и отсутствия автокоррелированности на основе проверки статистических гипотез и статистических критериев, таких как, например, критерий Фишера, критерий Дарбина-Уотсона и др. На практике для проверки стационарности ряда остатков и оценки его дисперсии чаще всего используют автокорреляционную и частную автокорреляционную функции. Результаты решения задачи проверки уровня адекватности модели, основанные на анализе соответствия построенной модели предположениям и ограничениям общей модели, представлены в различных шкалах и требуют экспертной оценки с целью принятия окончательного решения.

4. Применение и исследование модели. Верификация и анализ качества построенной модели ВР в соответствии с системной методологией в статистическом подходе основаны на проведении имитационных экспериментов, в процессе которых реализуется многокритериальное оценивание качества модели. При этом вычисляются внутренние и внешние меры качества модели на основе стандартизованных критериев. К таким критериям относят, в первую очередь, критерии точности моделирования, позволяющие сравнивать конкурирующие модели ВР.

2. Нейросетевой подход к моделированию временных рядов

В нейросетевом подходе задача прогнозирования временных рядов формулируется как задача распознавания образов, для решения которой формируется обучающая последовательность данных временного ряда, и нейронная сеть обучается распознавать соответствующие образы.

Искусственные нейронные сети (ИНС) – это вычислительные модели, построенные по принципу организации и функционирования биологических нейронных сетей. ИНС представляют собой систему соединенных и взаимодействующих между собой простых процессоров (искусственных нейронов). Важная особенность ИНС состоит в возможности параллельной обработки информации и способности к обучению и обобщению накопленных знаний. Широкое распространение нейронных сетей в разных областях объясняется тем, что во многих случаях формализация процедур решения сложных задач в экономике, медицине, технике, военном деле зачастую оказывается очень трудоемкой, либо невозможной.

2.1. Основы моделирования временных рядов нейронными сетями

Основной элемент нейронной сети – это формальный нейрон, осуществляющий операцию нелинейного преобразования суммы произведений входных сигналов на весовые коэффициенты:

$$y = F\left(\sum_{i=1}^{n} w_i\, x_i\right) = F(WX),$$

где $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ – вектор входного сигнала;

$W = (w_1, w_2, \ldots, w_n)$ – вектор весовых коэффициентов (оцениваемые параметры);

F – функция нелинейного преобразования.

Способности нейронной сети к прогнозированию ВР напрямую следуют из ее способности к обобщению и выделению скрытых зависимостей между входными и выходными данными. После обучения сеть способна предсказать будущее значение уровня временного ряда на основе нескольких предыдущих значений.

Моделирование ВР в рамках нейросетевого подхода сводится к задаче наилучшей аппроксимации нелинейной функции от многих переменных по набору примеров, заданных историей временного ряда:

$$\hat{y}_{k+1} = \varphi(y_k, \ldots, y_{k-n+1}) + \varepsilon_{k+1},$$

где $\hat{y}_{k+1}$ – прогнозируемое значение уровня временного ряда;

$y_k, \ldots, y_{k-n+1}$ – наблюдаемые значения уровней временного ряда;

$\varphi(y_k, \ldots, y_{k-n+1})$ – некоторая нелинейная функция, параметрической моделью которой служит нейронная сеть;

ε_{k+1} – ошибка прогноза;

N – порядок модели.

Нейронные сети не программируются в привычном смысле этого слова, они обучаются. Возможность обучения – одно из главных преимуществ нейронных сетей перед традиционными численными алгоритмами. Технически обучение заключается в нахождении коэффициентов связей между нейронами при минимизации среднеквадратичного отклонения ошибки ε_{k+1}. В процессе обучения нейронная сеть способна выявлять сложные нелинейные зависимости между входными данными и выходными, а также выполнять обобщение. Это значит, что, в случае успешного обучения, сеть сможет вернуть верный результат на основании данных, которые отсутствовали в обучающей выборке.

Математическую основу нейросетевого подхода при моделировании и прогнозировании временного ряда образуют ряд теорем . Доказана обобщенная аппроксимационная теорема Колмогорова: с помощью операций сложения, умножения и суперпозиции можно из произвольного нелинейного элемента получить устройство, вычисляющее любую непрерывную функцию с любой наперед заданной точностью. По теореме Такенса, если временной ряд порождается динамической системой, то есть значения есть произвольная функция состояния этой системы, то существует «глубина погружения» n, которая обеспечивает однозначное предсказание следующих значений уровней временного ряда с помощью некоторого функционального преобразования, явно не зависящего от к. Согласно теореме о полноте любая непрерывная функция на замкнутом ограниченном множестве может быть равномерно приближена функциями, вычисляемыми нейронными сетями, если функция активации нейронов дважды непрерывно дифференцируема и нелинейна. Японским ученым Фунахаши была доказана теорема о нейронной сети как функциональном универсальном аппроксиматоре. Это означает, что нелинейная функция нейрона может быть произвольной: от сигмоидальной до произвольного волнового пакета или вейвлета, синуса или полинома. От выбора нелинейной функции может зависеть сложность конкретной сети, но с любой нелинейностью сеть остается универсальным аппроксиматором и при правильном выборе структуры может сколь угодно точно аппроксимировать функционирование любого непрерывного автомата.

Таким образом, задача прогнозирования временных рядов с помощью ИНС сводится к задаче восстановления оценки нелинейной функции $\varphi(y_k, \ldots, y_{k-n+1})$ по набору примеров, заданных историей ВР и реализуется в виде последовательности этапов:

- сбор данных для обучения;
- подготовка и нормализация данных;

- выбор топологии нейронной сети;
- экспериментальный подбор характеристик нейронной сети;
- экспериментальный подбор параметров обучения;
- обучение нейронной сети;
- проверка адекватности обучения;
- корректировка параметров, окончательное обучение;
- вербализация сети с целью дальнейшего использования.

Известны разнообразные типы нейронных сетей, отличающиеся способом реализации отдельных этапов моделирования.

Так, в сетях прямого распространения (*Feedforward*) все связи направлены строго от входных нейронов к выходным. Примерами таких сетей являются персептрон Розенблатта, многослойный персептрон, сети Ворда.

В рекуррентных нейронных сетях сигнал с выходных нейронов или нейронов скрытого слоя частично передается обратно на входы нейронов входного слоя (обратная связь). Рекуррентная сеть, сеть Хопфилда, «фильтрует» входные данные, возвращаясь к устойчивому состоянию и, таким образом, позволяет решать задачи компрессии данных. Частным случаем рекуррентных сетей является двунаправленные сети. В таких сетях между слоями существуют связи как в направлении от входного слоя к выходному, так и в обратном. Классическим примером двунаправленных сетей является нейронная сеть Коско.

Известны и другие типы сетей: сеть Джордана, сеть Элмана, сеть Хэмминга, сеть Кохонена, когнитрон, неокогнитрон, хаотическая нейронная сеть, осцилляторная нейронная сеть, сеть встречного распространения, сеть радиальных базисных функций (*RBF*-сеть), сеть обобщенной регрессии, вероятностная сеть, сиамская нейронная сеть, сети адаптивного резонанса.

2.2. Обучение методом обратного распространения ошибок

С математической точки зрения обучение нейронных сетей (НС) – это многопараметрическая задача нелинейной оптимизации.

Для обучения сети используются различные алгоритмы обучения и их модификации [2]. Наиболее распространенным является алгоритм обратного распространения ошибки. Алгоритм минимизирует среднеквадратичную ошибку нейронной сети. Для этого с целью настройки синаптических связей используется метод градиентного спуска в пространстве весовых коэффициентов и порогов нейронной сети. Следует отметить, что в настройке синаптических связей сети используются не только метод градиентного спуска, но и методы сопряженных градиентов, Ньютона, квазиньютоновский метод.

Исследования показывают, что для представления произвольного функционального отображения, задаваемого обучающей выборкой, достаточно всего два слоя нейронов. Однако на практике, в случае сложных функций, использование более чем одного скрытого слоя может давать экономию полного числа нейронов.

Большую роль для повышения эффективности обучения сети играет архитектура НС [3]. Точность определяется числом нейронов в скрытом слое, но при слишком большой размерности скрытого слоя может наступить явление, называемое перетренировкой (переобучение) сети. Для устранения этого недостатка необходимо, чтобы число нейронов в промежуточном слое было значительно меньше, чем число тренировочных образов. С другой стороны, при слишком маленькой размерности скрытого слоя можно попасть в нежелательный локальный минимум.

В работе Головко В. А. [4] показано, что для систем прогноза ВР на базе ИНС наилучшие качества показывает гетерогенная сеть, состоящая из скрытых слоев с нелинейной функцией активации нейронных элементов и выходного линейного нейрона. Недостатком большинства рассмотренных нелинейных функций активации является то, что их область выходных значений ограничена отрезком [0,1] или [-1,1]. Это приводит к необходимости масштабирования данных.

Таким образом, искусственные нейронные сети являются результативным инструментом моделирования и прогнозирования временных рядов, позволяющим снизить требования к квалификации пользователя и обеспечивающим значительное снижение трудоемкости процесса создания модели. Однако создаваемые модели временных рядов с помощью ИНС невозможно интерпретировать в терминах предметной области.

3. Нечеткий подход к моделированию временных рядов

Нечеткое моделирование временных рядов представляет новую научную область, специфика которой по отношению к статистическому и нейросетевому моделированию ВР определяется нечеткими уровнями нечеткого временного ряда (НВР), а по отношению к нечетким моделям - более сложной структурной организацией обрабатываемых нечетких значений.

Подход с точки зрения нечетких моделей позволяет использовать прикладные знания для нечеткого выражения уровней временного ряда, строить нечеткие временные ряды и выявлять зависимости в виде нечетких продукционных правил.

Представление временных рядов в классе нечетких временных рядов основывается на предположении, что возможна лингвистическая интерпретация значений временного ряда, основанная на понятии нечетких множеств. Эта семантически значимая интерпретация значений ВР, относящаяся как к его уровням, так и к временным моментам, выраженная в нечетких лингвистических оценках, зависит от сущности и контекста свойств наблюдаемого объекта, а также от восприятия эксперта, выполняющего интерпретацию. Восприятие интегрирует компетентностную, временную и пространственную позицию эксперта. Заметим, что деятельность эксперта по лингвистической оценке значений ВР, позволяющая построить инструмент для преобразования исходного ВР в нечеткий временной ряд, является расширением его деятельности на этапе разведывательного анализа данных предметной области и определения ограничений переменных. В то же время, нечеткий временной ряд может быть получен и на основе абстрактных лингвистических оценок, так как работа эксперта дорогостояща и трудоемка.

Прикладной аспект проблематики анализа нечетких временных рядов определяется возможностью расширения множества прикладных задач обработки

ВР, множества технологий их решения и области результатов за счет оперирования не только числовой, но и качественной информацией, выраженной лингвистическими терминами.

Примером прикладных задач, которые образуют расширение множества прикладных задач обработки НВР, могут выступать задачи, связанные с анализом тенденций, решаемые в экспертной деятельности, в процессе проектирования, управления и принятия решений.

Расширение множества технологий решения прикладных задач обработки ВР связано с необходимостью обработки новых типов данных с нечеткими значениями.

В целом, расширение области результатов решения задачи анализа временных рядов за счет нечеткого моделирования ВР позволит принимать более обоснованные решения на основе обработки качественной информации. Ценность полученного результата обработки НВР заключается в том, что в нем выражена семантически значимая интерпретация сущности и контекста объектов предметной области и их развития в виде естественных и понятных человеку лингвистических оценок.

3.1. Основы нечеткого моделирования временных рядов

В отличие от традиционного временного ряда значениями нечеткого ВР являются нечеткие множества, а не действительные значения уровней ВР. В 1993 году ученые *Song* и *Chissom* [5] предложили нечеткие модели детерминированных (*time-variant*) и авто-регрессионных (*time-invariant*) временных рядов первого порядка (*fist-order*) и применили разработанные модели для прогнозирования количества регистрирующихся студентов университета штата Алабама (США), фаззифицировав предварительно четкий временной ряд. Это было первое применение нечетких моделей при моделировании ВР и первое определение моделей нечетких временных рядов.

Математическую основу нечеткого моделирования временных рядов образуют нечеткие модели, а так же теорема *FAT* (*Fuzzy Approximation Theorem),* согласно которой любая математическая система может быть аппроксимирована системой, основанной на нечеткой логике. Другими словами, с помощью естественно-языковых высказываний «ЕСЛИ-ТО», с последующей их формализацией средствами теории нечетких множеств, можно сколько угодно точно описать произвольную взаимосвязь «входы-выход».

3.2. Нечеткое сглаживание временного ряда

Нечеткое сглаживание временных рядов – методика, которая может быть отнесена к методикам нечеткого приближения на основе нечеткого преобразования[6].

Нечеткое преобразование (F-преобразование) представлено для непрерывных функций и функций на дискретном наборе точек. В этом случае F-преобразование называется дискретным нечетким преобразованием, которое и используется для анализа временных рядов.

F-преобразование предполагает задание нечеткого разбиения универсального множества. В качестве последнего выбирается конечный интервал $[a, b]$ действительной прямой. Зафиксируем $n(n \geq 2)$ узлов $x_1, \dots, x_n$ на $[a, b]$и предположим, что $x_1 < \cdots < x_n$, причем $a = x_1, b = x_n$.

F-преобразование имеет следующие свойства, важные для использования в качестве сглаживания временных рядов:

- у него прекрасные фильтрующие свойства;
- его легко вычислять.
-

3.3. Обзор методов моделирования нечетких временных рядов

Моделирование нечетких временных рядов, состоит в реализации следующих шагов[7]:

- Определение нечетких переменных – разбиение данных на множество интервалов (носителей нечетких множеств), определение лингвистических значений нечетких множеств и их функций принадлежности.
- Формирование логических отношений $Y_t - Y_{t-1}$.
- Фаззификация входных данных – определение степени принадлежности входных данных входным нечетким переменным.
- Вычисление результата применения нечеткого правила.
- $Rij\ (t, t\ - 1)$ для каждой импликации.
- Вычисление результирующего отношения как объединение $\bigcup_{i,j} Ri{,}j(t, t - 1)$.
- Применение полученной модели к входным данным и получение выходных нечетких результатов.
- Дефаззификация нечетких результатов.

Одной из проблем в нечетком моделировании ВР является отсутствие четких рекомендаций на первом этапе построения модели по выбору количества и параметров нечетких множеств, моделирующих входные и выходные переменные, в частности по определению их носителей (длины интервалов). Данные задачи выполняются экспертом, и, как показывают исследования, от выбора интервалов сильно зависит результат исследования.

В университете штата Алабама был предложен метод прогнозирования для нестационарных (переменных во времени) нечетких временных рядов применительно к данным регистрации студентов. В методе использовалось повторное деление изначально выбранных интервалов на 4, 3, 2 части в зависимости от того, в каком интервале содержится большее количество наблюдаемых данных, а так же эвристические правила, позволяющие определить тенденцию на интервале [8].

В ходе работы, профессором Ченом был предложен метод прогноза регистрации студентов, основанный на нечетких временных рядах старших порядков: второго, третьего, четвертого и пятого. Далее исследования были продолжены, в ходе которых были использованы функции автокорреляции как меры зависимости между нечеткими данными для выбора подходящего порядка в модели нечетких временных рядов. После чего ученые пришли к выводу, что применение моделей второго и третьего порядка более эффективно, чем первого [9].

Таким образом, уже в этих исследованиях намечается новое направление, связанное с повышением точности моделей НВР за счет применения алгоритмов поиска оптимальных носителей нечетких множеств, выбора порядка моделей и выделением правил, описывающих изменения тенденций в структуре нечеткого временного ряда.

3.4. Перспективы в моделировании нечетких временных рядов

Приведенный выше обзор подходов к нечеткому моделированию позволяет сделать некоторые выводы и обозначить существующие проблемы.

Нечеткие временные ряды появились как эволюционное развитие формализма нечетких множеств в пространство математических моделей анализа поведения временных рядов.

Для временных рядов различной природы моделирование и анализ их поведения с привлечением дополнительных знаний, описывающих неопределенность на основе нечетких множеств, как представляется, позволит не только решать традиционные задачи анализа числовых ВР, но и существенно расширить их круг за счет обработки данных нового типа.

Анонсируемым достоинством программных систем моделирования ВР в виде нечеткого ВР, отмечаемым практически всеми исследователями этого направления, является их продуктивность в качестве альтернативного инструмента моделирования числовых временных рядов. Лингвистические термы НВР, моделируемые нечеткими множествами, могут явно отражать семантику объектов прикладной области, формализация которой в модели с одной стороны повышает степень ее адекватности, а с другой стороны, улучшает ее понимание прикладными пользователями.

Таким образом, отметим следующий ожидаемый эффект от использования нечетких моделей ВР:

- Расширение пользователей программных систем анализа ВР.
- Расширение видов обрабатываемых данных.
- Решение новых задач выявления нелинейных зависимостей, выраженных в лингвистических терминах.

В то же время нечеткие модели временных рядов, представленные в виде нечетких временных рядов, требуют дальнейшего исследования и развития, так как в приведенных выше работах не рассматривались прогностические возможности нечетких моделей ВР по внешним показателям качества, вычисляемым на тестовых примерах.

4. Гибридные модели временных рядов

Опыт последних лет показал, что применение однородных методов, то есть методов, соответствующих одной научной парадигме, для решения сложных задач, к которым, несомненно, относится задача моделирования ВР, далеко не всегда приводит к успеху. В гибридной архитектуре систем анализа ВР, объединяющей несколько парадигм, эффективность одного подхода может компенсировать слабость другого. Поэтому одной из активно развивающихся тенденций в настоящее время является создание интегрированных, гибридных и синергетических систем, объединяющих различные методы и технологии в достижения более глубокого понимания причинных механизмов в поведении временных рядов.

4.1. Нечетко-статистический подход в моделировании временных рядов

В области прикладной статистики, анализа временных рядов и принятия решений в условиях неопределенности накоплен богатый опыт исследований и существует множество моделей, начиная от простейших линейных регрессионных моделей поиска тренда временного ряда и заканчивая сложными многоуровневыми авторегрессионными и адаптационными моделями. Регрессионный анализ, основанный на методе наименьших квадратов (*Least-square*), является очень удобным методом построения моделей, позволяющих численно оценивать зависимость интересующего исследователя параметра от воздействующих на него факторов. При анализе зависимости нечетких оценок от воздействующих факторов зачастую исследователям приходится иметь дело с важной информацией, которая не может быть задана точно. Некоторые наблюдения могут быть описаны только лингвистическими выражениями (типа «удовлетворительный», «хороший» и «превосходный»). Для таких данных аппаратом формализации может служить теория нечетких множеств.

Возможность аппроксимации нечетких данных, авторегрессия нечетких данных исследовались с 1982 г. по настоящее время во многих работах. Были разработаны различные нечеткие регрессионные модели, основой которых является модель нечеткой линейной регрессии. Работы разных лет опираются на эту модель, развивая, уточняя и дополняя ее.

В нечеткой регрессионной модели параметры представляются триангулярными нечеткими числами и являются коэффициентами в нечеткой линейной функции. Неопределенность системы представляется суммарным разбросом параметров (нечетких коэффициентов).

Построение модели состоит в нахождении оптимальных в некотором смысле коэффициентов с учетом нечеткой информации об объекте и субъективных представлений исследователя.

Базовые предположения нечеткой регрессии заключаются в том, что остатки, полученные как разность между наблюдениями и их оценками, продуцируются не случайными ошибками измерения, а неопределенностями (типа нечеткость) при вычислении параметров модели.

Можно выделить два основных подхода к построению моделей нечеткой линейной регрессии (рис. 2).

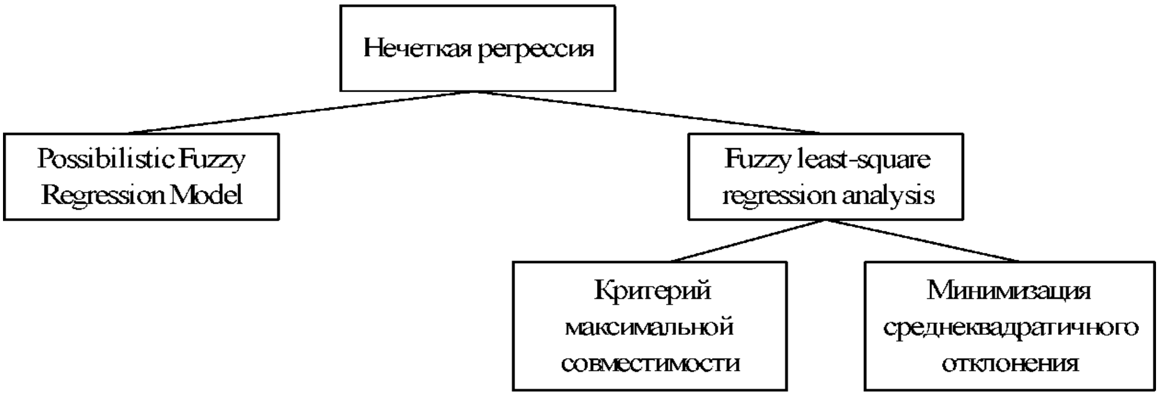

Рис. 2. Методы нечеткой регрессии

Первым подходом является нечеткая регрессия, основанная на критерии минимизации нечеткости (*Possibilistic Fuzzy Regression Model*) [10].

Вторым является подход, комбинированный с методом наименьших квадратов и получивший название *FLSRA* (*Fuzzy least-square regression analysis*) [11].

Этот метод, в свою очередь, имеет две разновидности, в одной из которых используется критерий максимальной совместимости, а в другой - критерий минимизации квадратичного отклонения.

Следует особенно отметить, что все три метода могут в качестве исходной информации об исследуемом параметре использовать как нечеткую информацию, выраженную в виде функций принадлежности, так и полностью детерминированную информацию, что существенно расширяет область их использования.

4.2. Нечеткие нейронные сети

Нечеткой нейронной сетью (НС) обычно называют четкую нейросеть, которая построена на основе многослойной архитектуры с использованием специальных «И»-, «ИЛИ»-нейронов [12].

Нечеткая нейросеть функционирует стандартным образом на основе четких действительных чисел, нечеткой является только интерпретация результатов.

Нечеткие нейронные сети осуществляют выводы на основе аппарата нечеткой логики, а параметры функций принадлежности настраиваются с использованием алгоритмов обучения НС. Поэтому для подбора параметров таких сетей применим метод обратного распространения ошибки, изначально предложенный для обучения многослойного персептрона. Нечеткая нейронная сеть, как правило, состоит из четырех слоев: слоя фаззификации входных переменных, слоя агрегирования значений активации условия, слоя агрегирования нечетких правил и выходного слоя.

Наибольшее распространение в настоящее время получили архитектуры нечеткой НС вида *ANFIS* и *TSK*. Доказано, что такие сети являются универсальными аппроксиматорами. Быстрые алгоритмы обучения и интерпретируемость накопленных знаний - эти факторы сделали сегодня нечеткие нейронные сети одним из самых перспективных и эффективных инструментов мягких вычислений.

4.3. ANFIS (Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System) – адаптивная сеть нечеткого вывода

ANFIS – это аббревиатура *Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System* – адаптивная сеть нечеткого вывода. Она была предложена Янгом (*Jang*) в начале девяностых [13]. *ANFIS* является одним из первых вариантов гибридных нейро-нечетких сетей – нейронной сети прямого распространения сигнала особого типа. Архитектура нейро-нечеткой сети изоморфна нечеткой базе знаний. В нейро-нечетких сетях используются дифференцируемые реализации треугольных норм (умножение и вероятностное ИЛИ), а также гладкие функции принадлежности. Это позволяет применять для настройки нейро-нечетких сетей быстрые алгоритмы обучения нейронных сетей, основанные на методе обратного распространения ошибки. Ниже описываются архитектура и правила функционирования каждого слоя *ANFIS*-сети. Материал базируется на книге [14].

ANFIS реализует систему нечеткого вывода Сугено в виде пятислойной нейронной сети прямого распространения сигнала. Назначение слоев следующее:

- первый слой – термы входных переменных;
- второй слой – антецеденты (посылки) нечетких правил;
- третий слой – нормализация степеней выполнения правил;
- четвертый слой - заключения правил;
- пятый слой – агрегирование результата, полученного по различным правилам.

Входы сети в отдельный слой не выделяются. На рис. 3 изображена *ANFIS*-сеть с двумя входными переменными (x_1 *и* x_2) и четырьмя нечеткими правилами. Для лингвистической оценки входной переменной x_1 используется 3 терма, для переменной x_2 - 2 терма.

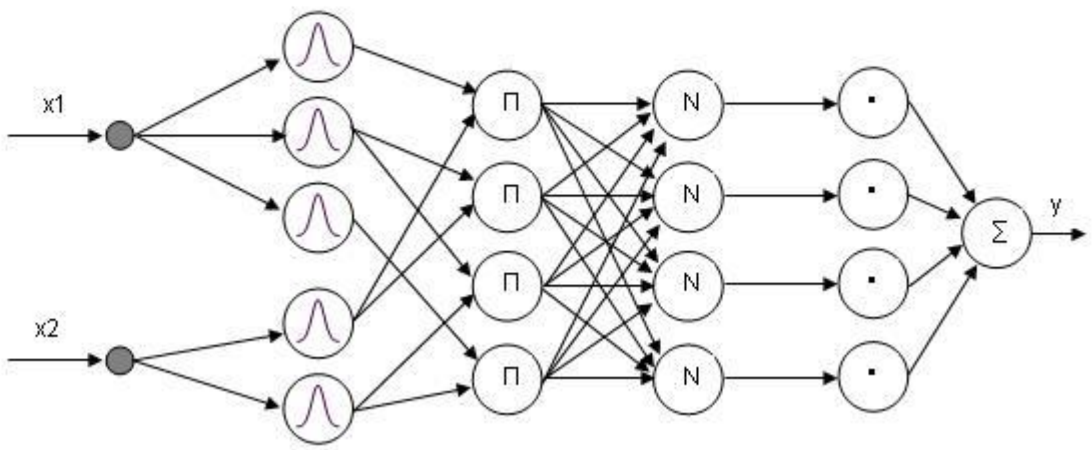

Рис. 3. Пример ANFIS-сети

Введем следующие обозначения, необходимые для дальнейшего изложения:

$x_1, \dots, x_n$ – входы сети;

y – выход сети;

R_r: Если $x_1 = a_{1,r}$ и … и $x_n = a_{n,r}$, то $y = b_{0,r} + b_{1,r}x_1 + \cdots + b_{n,r}x_n$ – нечеткое правило с порядковым номером r;

m – количество правил, $r = \overline{1,m}$;

$a_{i,r}$ – нечеткий терм с функцией принадлежности $\mu_r(x_i)$, применяемый для лингвистической оценки переменной x_i в r-ом правиле ($r = \overline{1,m}$, ,$i = \overline{1,n}$);

$b_{q,r}$ – действительные числа в заключении r-го правила (,$r = \overline{1,m}$,$\tau_i^* = \frac{\tau_r}{\sum_{j=\overline{1,m}} \tau i}$).

ANFIS-сеть функционирует следующим образом:

Слой 1. Каждый узел первого слоя представляет один терм с колоколообразной функцией принадлежности. Входы сети x_1, x_2, …, x_n соединены только со своими термами. Количество узлов первого слоя равно сумме мощностей терм-множеств входных переменных. Выходом узла являются степень принадлежности значения входной переменной соответствующему нечеткому терму:

$$\mu_r(x_i) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x_{i-c}}{a}\right|^{2b}},$$

где a, b и c – настраиваемые параметры функции принадлежности.

Слой 2. Количество узлов второго слоя равно m. Каждый узел этого слоя соответствует одному нечеткому правилу. Узел второго слоя соединен с теми узлами первого слоя, которые формируют антецеденты соответствующего правила. Следовательно, каждый узел второго слоя может принимать от 1 до n входных сигналов. Выходом узла является степень выполнения правила, которая рассчитывается как произведение входных сигналов. Обозначим выходы узлов этого слоя через τ_r, $r = \overline{1, m}$.

Слой 3. Количество узлов третьего слоя также равно m. Каждый узел этого слоя рассчитывает относительную степень выполнения нечеткого правила:

$$\tau_r^* = \frac{\tau_r}{\sum_{j=\overline{1,m}} \tau_j}.$$

Слой 4. Количество узлов четвертого слоя также равно m. Каждый узел соединен с одним узлом третьего слоя, а также со всеми входами сети (на рис. 1 связи с входами не показаны). Узел четвертого слоя рассчитывает вклад одного нечеткого правила в выход сети:

$$y_r = \tau_r^* \cdot \left(b_{0,r} + b_{1,r}x_1 + \cdots + b_{n,r}x_n\right).$$

Слой 5. Единственный узел этого слоя суммирует вклады всех правил:

$$y = y_1 + \cdots y_r \ldots + y_m.$$

Типовые процедуры обучения нейронных сетей могут быть применены для настройки *ANFIS*-сети так как, в ней использует только дифференцируемые функции. Обычно применяется комбинация градиентного спуска в виде алгоритма обратного распространения ошибки и метода наименьших квадратов. Алгоритм обратного распространения ошибки настраивает параметры антецедентов правил, т.е. функций принадлежности. Методом наименьших квадратов оцениваются коэффициенты заключений правил, так как они линейно связаны с выходом сети. Каждая итерация процедуры настройки выполняется в два этапа. На первом этапе на входы подается обучающая выборка, и по невязке между желаемым и действительным поведением сети итерационным методом наименьших квадратов находятся оптимальные параметры узлов четвертого слоя. На втором этапе остаточная невязка передается с выхода сети на входы, и методом обратного распространения ошибки модифицируются параметры узлов первого слоя. При этом найденные на первом этапе коэффициенты заключений правил не изменяются. Итерационная процедура настройки продолжается пока невязка превышает заранее установленное значение. Для настройки функций принадлежностей кроме метода обратного распространения ошибки могут использоваться и другие алгоритмы оптимизации, например, метод Левенберга-Марквардта.

4.5. Нечёткая сеть TSK

Структура нечёткой сети *TSK* основана на системе нечёткого вывода Такаги-Сугэно-Канга. При этом в качестве функции фаззификации для каждой переменной x_j используется обобщённая функция Гаусса:

$$\mu_A\left(x_j\right) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_j - c_j}{\sigma_j}\right)^{2b_j}}. \qquad (1)$$

Для агрегации условия i-го правила в системе вывода *TSK* используется операция алгебраического произведения:

$$\mu_A^{(i)}(x) = \prod_{j=1}^{N} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{x_j - c_j^{(i)}}{\sigma_j^{(i)}} \right)^{2b_j^{(i)}}} \right]. \qquad (2)$$

При M -правилах вывода агрегирование выходного результата сети производится по формуле:

$$y(x) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{M} w_i} \sum_{i=1}^{M} w_i y_i(x), \qquad (3)$$

где $y_i(x) = p_{i0} + \sum_{j=1}^{N} p_{ij} x_j$, агрегация импликации. Присутствующие в этом выражении веса w_i интерпретируются как компоненты $\mu_A^{(i)}(x)$, определённые формулой (2). При этом формуле (3) можно сопоставить многослойную структуру сети, изображённую на рис. 4.

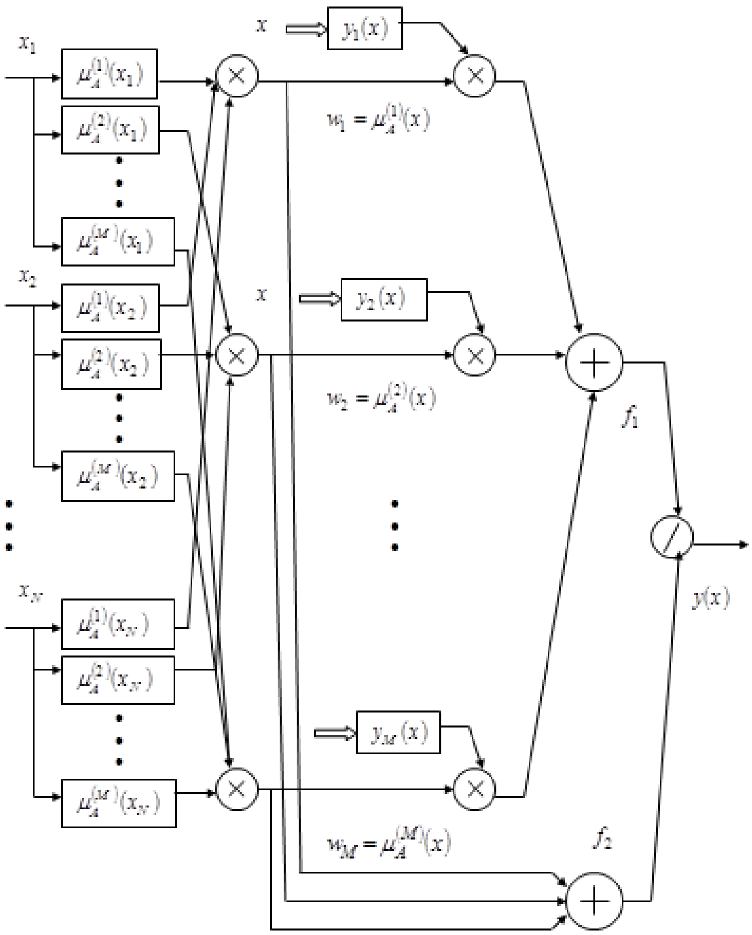

Рис. 4. Структура нечёткой нейронной сети TSK

В такой сети выделяется пять слоёв:

Первый слой выполняет раздельную фуззификацию каждой переменной $x_j \left(j = 1,2,..., N \right)$, определяя для каждого i-го правили вывода значение коэффициента принадлежности $\mu_A^{(i)}\left(x_j\right)$ в соответствии с применяемой функцией фуззификации. Это парметрический слой с параметрами $\left(c_j^{(i)}, \sigma_j^{(i)}, b_j^{(i)}\right)$, подлежащими адаптации в процессе обучения.

Второй слой выполняет агрегирование отдельных переменных x_j, определяя результирующее значение коэффициента принадлежности $w_i = \mu_A^{(i)}(x)$ для вектора x в соответствии с формулой (2). Этот слой непараметрический.

Третий слой представляет собой генератор функции TSK, рассчитывающий значения $y_i(x) = p_{i0} + \sum_{j=1}^{N} p_{ij} x_j$. В этом слое также происходит умножение сигналов $y_i(x)$ на значения w_i, сформированные в предыдущем слое. Это параметрический слой, в котором адаптации подлежат линейные веса p_{ij} для $i = 1,2,..., M$ и $j = 1,2,..., N$, определяющие функцию следствия модели TSK.

Четвёртый слой составляют два нейрона- сумматора, один из которых рассчитывает взвешенную сумму сигналов $y_i(x)$, а второй определяет сумму весов $\sum_{i=1}^{M} w_i$. Это непараметрический слой.

Пятый слой состоит из одного выходного нейрона - это нормализующий слой, в котором веса подвергаются нормализации в соответствии с формулой (3). Выходной сигнал $y(x)$ определяется выражением, соответствующим зависимости:

$$y(x) = f(x) = \frac{f_1}{f_2}. \tag{4}$$

Это также непараметрический слой.

При уточнении функциональной зависимости (3) для сети TSK получаем:

$$y(x) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{M}\left[\prod_{j=1}^{N} \mu_A^{(i)}\left(x_j\right)\right]} \sum_{i=1}^{M}\left[\prod_{j=1}^{N} \mu_A^{(i)}\left(x_j\right)\right]\left[p_{i0} + \sum_{j=1}^{N} p_{ij} x_j\right]. \tag{5}$$

Если принять, что в конкретный момент времени параметры условия зафиксированы, то функция $y(x)$ является линейной относительно переменных $x_j \left(j = 1,2,..., N \right)$.

При наличии N входных переменных каждое правило формирует $N+1$ переменных p_{ij} линейной зависимости TSK. При M правилах вывода это даёт $M(N+1)$ линейных параметров сети. В свою очередь каждая функция принадлежности использует три параметра, подлежащих адаптации. Так как каждая переменная x_j характеризуется собственной функцией принадлежности, то мы получим $3MN$ нелинейных параметров. В сумме это даёт $M(4N+1)$ линейных и нелинейных параметров, значения которых должны подбираться в процессе обучения сети.

Гибридный алгоритм обучения нечеткой сети TSK

Гибридный алгоритм обучения может применяться как для сетей Ванга-Менделя, так и для сетей *TSK*. Сеть Ванга-Менделя может при этом трактоваться как сеть *TSK*, у которой все параметры p_{ij}, кроме p_{i0}, равны нулю.

В гибридном алгоритме подлежащие адаптации параметры разделяются на две группы: линейных параметров p_{ij} третьего слоя и параметров нелинейной функции принадлежности первого слоя. Уточнение параметров проводится в два этапа:

На первом этапе при фиксации определенных значений параметров функции принадлежности путем решения системы линейных уравнений рассчитываются линейные параметры (в первом цикле – это значения, полученные в результате инициализации). При известных значениях функции принадлежности зависимость (5) можно представить в линейной форме [15]

$$y(x)=\sum_{i=1}^{M} w'_i \left(p_{i0} + \sum_{j=1}^{N} p_{ij} x_j \right). \tag{6}$$

где

$$w'_i = \frac{\prod_{j=1}^{N} \mu_A^{(i)}(x_j)}{\sum_{i=1}^{M} \left[\prod_{j=1}^{N} \mu_A^{(i)}(x_j) \right]} = const. \tag{7}$$

для *i=1, 2, ..., M*. При *p* обучающих выборках *(x(t), d(t)) (t= 1, 2, ..., p)* и замене выходного сигнала сети ожидаемым значением *d(t)* получим систему из *p* линейных уравнений вида

$$\begin{bmatrix} w'_{11} & w'_{11}x_1^{(1)} & \dots & w'_{11}x_N^{(1)} & \dots & w'_{1M} & w'_{1M}x_1^{(1)} & \dots & w'_{1M}x_N^{(1)} \\ w'_{21} & w'_{21}x_1^{(2)} & \dots & w'_{21}x_N^{(2)} & \dots & w'_{2M} & w'_{2M}x_1^{(2)} & \dots & w'_{2M}x_N^{(2)} \\ & \dots & & \dots & & & \dots & & \\ w'_{p1} & w'_{p1}x_1^{(p)} & \dots & w'_{p1}x_N^{(p)} & \dots & w'_{pM} & w'_{pM}x_1^{(p)} & \dots & w'_{pM}x_N^{(p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{10} \\ \dots \\ p_{1N} \\ \dots \\ p_{M0} \\ \dots \\ p_{MN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d^{(1)} \\ d^{(2)} \\ \dots \\ d^{(p)} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

где w'_{ti} обозначает уровень активации (вес) условия *i*-го правила при предъявлении *t*-го входного вектора *x*. Это выражение можно записать в сокращенной матричной форме

$$Ap = d. \tag{9}$$

Размерность матрицы *A* равна $p \times (N+1)M$, при этом количество строк значительно больше количества столбцов $(N+1)\cdot M$.

При помощи псевдоинверсии матрицы *A* решение можно получить за один шаг:

$$p = A^{+}d, \tag{10}$$

где A^{+} – псевдоинверсия матрицы A. Псевдоинверсия матрицы A заключается в проведении декомпозиции *SVD* с последующим сокращением её размерности.

На втором этапе после фиксации значений линейных параметров p_{ij} рассчитываются фактические выходные сигналы $y(t)$ сети для $t=1,2,\ldots,p$, для чего используется линейная зависимость

$$y = \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ y^{(2)} \\ \ldots \\ y^{(p)} \end{bmatrix} = Ap, \tag{11}$$

и следом за ними – вектор ошибки $\varepsilon = y - d$. Сигналы ошибок направляются через подключенную сеть по направлению к входу сети (обратное распространение) вплоть до первого слоя, где могут быть рассчитаны компоненты градиента целевой функции относительно конкретных параметров $\left(c_j^{(i)}, \sigma_j^{(i)}, b_j^{(i)}\right)$. После формирования вектора градиента параметры уточняются с использованием одного из градиентных методов обучения, например, метода наискорейшего спуска.

$$c_j^{(i)}(t+1) = c_j^{(i)}(t) - \eta_c \frac{\partial E(t)}{\partial c_j^{(i)}}, \tag{12}$$

$$\sigma_j^{(i)}(t+1) = \sigma_j^{(i)}(t) - \eta_\sigma \frac{\partial E(t)}{\partial \sigma_j^{(i)}}, \tag{13}$$

$$b_j^{(i)}(t+1) = b_j^{(i)}(t) - \eta_b \frac{\partial E(t)}{\partial b_j^{(i)}}. \tag{14}$$

После уточнения нелинейных параметров вновь запускается процесс адаптации линейных параметров функции *TSK* (первый этап) и нелинейных параметров (второй этап). Этот цикл повторяется вплоть до стабилизации всех параметров процесса. Формулы (12) – (14) требуют расчёта градиента целевой функции принадлежности и для одной пары обучающих данных *(x,d)* принимают значения:

$$\frac{\partial E}{\partial c_j^{(i)}} = \left(y(x) - d\right)\sum_{i=1}^{M}\left[p_{i0} + \sum_{j=1}^{N} p_{ij}x_j\right]\frac{\partial w_i'}{\partial c_j^{(i)}} \tag{15}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \sigma_j^{(i)}} = \left(y(x) - d\right)\sum_{i=1}^{M}\left[p_{i0} + \sum_{j=1}^{N} p_{ij}x_j\right]\frac{\partial w_i'}{\partial \sigma_j^{(i)}} \tag{16}$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_j^{(i)}} = \left(y(x) - d\right)\sum_{i=1}^{M}\left[p_{i0} + \sum_{j=1}^{N} p_{ij}x_j\right]\frac{\partial w_i'}{\partial b_j^{(i)}} \tag{17}$$

$$\frac{\partial w_k'}{\partial c_j^{(i)}}=\frac{\delta_{ki}m(x_j)-l(x_j)}{[m(x_j)]^2}\prod_{s=1,s\neq j}^{N}\left[\mu_A^{(i)}(x_s)\right]\frac{\left[\frac{2b_j^{(i)}}{\sigma_j^{(i)}}\left(\frac{x_j-c_j^{(i)}}{\sigma_j^{(i)}}\right)^{2b_j^{(i)}-1}\right]}{\left[1+\left(\frac{x_j-c_j^{(i)}}{\sigma_j^{(i)}}\right)^{2b_j^{(i)}}\right]^2} \tag{18}$$

$$\frac{\partial w_k'}{\partial b_j^{(i)}}=\frac{\delta_{ki}m(x_j)-l(x_j)}{[m(x_j)]^2}\prod_{s=1,s\neq j}^{N}\left[\mu_A^{(i)}(x_s)\right]\frac{\left[-2\left(\frac{x_j-c_j^{(i)}}{\sigma_j^{(i)}}\right)^{2b_j^{(i)}}\ln\left(\frac{x_j-c_j^{(i)}}{\sigma_j^{(i)}}\right)\right]}{\left[1+\left(\frac{x_j-c_j^{(i)}}{\sigma_j^{(i)}}\right)^{2b_j^{(i)}}\right]^2}, \tag{19}$$

для $t=1,2,\ldots,M$, где δ_{ti} обозначает дельту Кронекера, $l(x_j)=\prod_{s=1}^{N}\mu_A^{(i)}(x_s)$, $m(x_j)=\sum_{i=1}^{M}\left[\prod_{s=1}^{N}\mu_A^{(i)}(x_s)\right]$.

При практической реализации гибридного метода обучения нечетких сетей доминирующим фактором их адаптации считается первый этап, на котором веса p_{ij} подбираются с использованием псевдо инверсии за один шаг. Для уравновешивания его влияния второй этап (подбор нелинейных параметров градиентным методом) многократно повторяется в каждом цикле.

Нейро-регрессионный подход

Обзор литературы показывает, что прогнозы, получаемые с помощью нейронных сетей, как правило, более точные, чем прогнозы линейных моделей при прогнозировании объемов производства и различных финансовых показателей, например, таких как цены на акции. Однако, из-за относительно небольшого количества исследований данного вопроса, следует отметить, что объем литературы по этой теме далеко не полон [16].

Несмотря на эти обнадеживающие результаты, нейронные сети не следует рассматривать в качестве панацеи, так как этот метод также имеет различные недостатки. В данной области, как правило, применяется подход всё или ничего, но нейронные сети так же возможно использовать в качестве мощного дополнения к стандартным методам прогнозирования, а не в качестве их замены. Весь потенциал нейронных сетей может использоваться, вероятно, используя их в сочетании с моделями линейной регрессии. Таким образом, нейронные сети необходимо рассматривать как дополнительный инструмент, который нужно включать в инструментарий для прогнозирования макроэкономики.

В настоящее время существует большое количество методов прогноза временных рядов с помощью нейронных сетей (нечетко-нейронный подход, нечетко-статистический, радиально-базисные функции, сеть Кохонена и т.д.). В тоже время одним из традиционных способов является метод линейной регрессии, позволяющий осуществлять прогноз очень сложных экономических систем с большим числом параметров. Подобные системы давно функционируют в ряде организаций, занимающихся прогнозированием, но в силу того, что регрессионные системы не являются универсальными аппроксиматорами, качество прогнозирования сильно варьируется для разных параметров.

Вследствие чего возникает необходимость в построении гибридной нейро-регрессионной модели, позволяющей уточнять знания параметров регрессионной системы с помощью нейронной сети.

Заключение

В данной статье были рассмотрены различные методы для построения моделей временных рядов. В частности были детально рассмотрены нейросетевые и гибридные метода для моделирования и прогнозирования временных рядов. Так же были детально рассмотрены несколько нечетких архитектур нейронных сетей, таких как *ANFIS* и *TSK*. Была рассмотрена возможность гибридизации методов нейронных сетей и регрессионного анализа для прогнозирования временных рядов, а именно нейро-регрессионная модель.

Список литературы

1. Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке данных/ С. Г. Валеев. – Казань: ФЭН, 2001.
2. Барский А. Б. Нейронные сети: распознавание, управление, принятие решений / А. Б. Барский. – М.: Финансы и статистика, 2004. – С. 176.
3. Горбань А. Н. Обучение нейронных сетей / А. Н. Горбань. – М.: СП «ПараГраф», 1990. – С. 159.
4. Головко В. А. Нейронные сети: обучение, организация и применение. Кн. 4: учебное пособие для вузов / В. А. Головко; Общая ред. В. А. Галушкина. – М.: ИПРЖР, 2001. – С. 256.
5. Song Q. Forecasting enrollments with fuzzy time series – Part I / Q. Song, B. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – №54 (1993) – Pp. 1-9.
6. Перфильева И. Нечеткое преобразование. / И. Перфильева // Нечеткая логика. – Амстердам, 2003. – С. 275-300.
7. Song Q. Fuzzy time series and its models / Q. Song, B. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – №54(1993) – Pp. 269-277.
8. Chen S. M. A new method to forecast enrollments using fuzzy time series / S. M. Chen // International Journal of Applied Sciences and Engineering. – №2 (3) (2004). – Pp. 234-244.
9. Chen S.M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series /S. M. Chen // Cybernetics and Systems: An International Journal. – №33 (2002) – Pp. 1-16.
10. Tanaka H. Linear regression analysis with fuzzy model / H. Tanaka, S. Uejima, K. Asai // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. – 1982. – №12 – Pp. 903-907.
11. Diamond P. Fuzzy least squares / P. Diamond // Information Sciences. – 1988. –№46(3). – Pp. 141-157.
12. Ярушкина Н. Г. Основы теории нечетких и гибридных систем: учебное пособие / Н. Г. Ярушкина. – М.: Финансы и статистика, 2004. – С. 320.
13. Jang J.-S. R. ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System // IEEE Trans. Systems & Cybernetics. – 1993. – Vol. 23. – Pp. 665-685.
14. Nauck D., Klawonn F., Kruse R. Foundations of Neuro-Fuzzy Systems. John Wiley & Sons – 1997. –P. 305.
15. Оссовский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с пол. И.Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика, 2002. – С. 344.
16. Gonzalez S., Neural Networks for Macroeconomics Forecasting: A Complementary Approach to Linear Regression Models. // Working Paper – 2000.